



**Matheus Sousa Gerude**

## **Análise Experimental De Lajes Lisas com Variação do Teor De Agregados**

### **DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil**

Dissertação orientada pelo Professor Dr. Dênio Ramam Carvalho de  
Oliveira

**Belém – Pará – Brasil  
2024**

Universidade Federal do Pará

Instituto de Tecnologia

Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



**Matheus Sousa Gerude**

**Análise Experimental de Lajes Lisas com Variação do Teor de Agregados**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de mestre, pelo programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará.

**Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira.**

Orientador.

Universidade Federal do Pará – UFPA.

**Prof. Dr. Marcelo de Souza Picanço.**

Examinador Interno.

Universidade Federal do Pará – UFPA.

**Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto.**

Examinador Interno.

Universidade Federal do Pará – UFPA.

**Prof. Dr. Ricardo José Carvalho Silva.**

Examinador Externo.

Universidade Estadual do Vale do Acaraú – UVA

Belém – Pará – Brasil

2024

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD**  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

G354a Gerude, Matheus Sousa.  
Análise experimental de lajes lisas com variação do teor de  
agregados / Matheus Sousa Gerude. — 2024.  
xxi, 105 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,  
Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil, Belém, 2024.

1. Concreto armado. 2. Lajes lisas. 3. Punção. 4. Teor de  
agregados. I. Título.

CDD 620.137

---



## **ANÁLISE EXPERIMENTAL DE LAJES LISAS COM VARIAÇÃO DO TEOR DE AGREGADOS**

AUTOR:

**MATHEUS SOUSA GERUDE**

DISERTAÇÃO SUBMETIDA À BANCA EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL NA ÁREA DE ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO EM: 21 / 11 / 2024.

BANCA EXAMINADORA:

Documento assinado digitalmente  
**gov.br** DENIO RAMAM CARVALHO DE OLIVEIRA  
Data: 28/01/2025 10:20:37-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira  
Orientador (UFPA)

Documento assinado digitalmente  
**gov.br** RICARDO JOSE CARVALHO SILVA  
Data: 14/01/2025 09:50:50-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Dr. Ricardo José Carvalho Silva  
Membro Externo (UVA/CE)

Documento assinado digitalmente  
**gov.br** BERNARDO NUNES DE MORAES NETO  
Data: 24/01/2025 08:50:49-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto  
Membro Externo (UFPA)

Documento assinado digitalmente  
**gov.br** MARCELO DE SOUZA PICANÇO  
Data: 24/01/2025 11:54:31-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Dr. Marcelo de Souza Picanço  
Membro Interno (UFPA)

Visto:

---

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira  
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA

## **DEDICATÓRIA**

Dedico a Deus por toda a provisão, cuidado e amor. Ele é o único digno de toda glória, adoração e louvor, assim sou infinitamente grato pelas maravilhas que opera na minha vida, mesmo não merecendo, pela sua infinita misericórdia, sua graça é derramada sobre mim, louvado seja o nome do Senhor.

Aos meus pais, Omar e Silvia, por serem exemplos para minha vida e sempre me proverem as melhores condições possíveis, sejam elas financeiras e/ou emocionais, apesar das dificuldades, obrigado por serem instrumentos de Deus em minha vida.

À minha amada Nádia, presente de Deus na minha vida, sendo presente comigo em todas as batalhas e me dando forças quando estas se esvaíam.

À minha família e amigos por todo carinho e motivação, acreditando em mim, mesmo quando eu não sou capaz de acreditar.

Aos amigos adquiridos em Belém, sem os quais jamais conseguiria concluir este trabalho.

Em síntese, em tudo dai graças a Deus, pois como está escrito: “Àquele que é capaz de fazer infinitamente mais do que tudo o que pedimos ou pensamos, de acordo com o seu poder que atua em nós, a ele seja a glória na igreja e em Cristo Jesus, por todas as gerações, para todo o sempre! Amém!” (Efésios 3:20-21).

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço em primeiro lugar ao meu orientar Prof. Dr. Dênio Ramam, por todo conhecimento compartilhado, ensinamentos, definição da pesquisa, orientação e disposição para ajudar na realização da pesquisa.

Agradeço à CAPES e CNPQ pela disponibilização da bolsa de estudos que permitiu apoiar financeiramente pesquisa.

Agradeço à Universidade Federal do Pará - UFPA pela infraestrutura cedida, tanto no espaço de sala de aula para ganho de conhecimento, como dos Laboratório de Estruturas - LABEST e Laboratório de Engenharia Civil – LEC, nos quais se sucederam o programa experimental da pesquisa.

Agradeço aos amigos do PPGEC e GAEMA que se disponibilizaram a ajudar no desenvolvimento da pesquisa, os quais são participantes importantíssimos na elaboração de todo estudo.

## RESUMO

Com intuito de avaliar a influência do teor de agregados na resistência à punção de lajes lisas de concreto armado, bidimensionais e simétricas, sem a presença de armadura de cisalhamento, foram confeccionados 6 espécimes com dimensões em planta de (1400 x 1400) mm, sendo estas divididas em dois grupos contendo 3 lajes cada: o primeiro grupo denominado S90, possui 90 mm de espessura, enquanto o segundo grupo nomeado de S120 possui 120 mm de espessura. Em cada grupo variou-se a quantidade de agregados graúdos na mistura do concreto, no qual definiu-se uma dosagem de referência nomeada de Teor 100%, em seguida reduziu-se a quantidade para um Teor 50% e por fim elevou para um Teor 150%. As resistências à compressão dos concretos variaram de 31,66 MPa a 36,30 MPa. A taxa de armadura longitudinal utilizada nas lajes S90 foi de 1,48% e 0,65% para S120. As cargas de ruptura foram estimadas por meio de três relevantes documentos normativos, sendo a NBR 6118 (ABNT, 2023), EUROCODE 2 (CEN, 2004) e ACI 318 (ACI, 2019), também se utilizou as recomendações da MODEL CODE 2010 (CEB, 2010) e da proposta teórica do autor Muttoni (2008). Sendo assim, foram apresentados os deslocamentos verticais, deformações, cargas últimas, bem como os modos de ruptura, evidenciando que o teor de agregados influenciou na resistência ao punctionamento das lajes, proporcionando deflexões mais acentuadas com aumento da concentração dos agregados e acréscimo de 34% na carga de ruptura comparando as lajes S120-50 e S120-150. Quanto às previsões de carga de ruptura avaliadas, todas mostraram-se subestimadas, a NBR 6118 (ABNT, 2023) evidenciou-se como o melhor documento normativo, apresentando valores subestimados em 14%, em média. No tocante à proposta teórica de Muttoni (2008), dispôs dos melhores resultados, apenas subestimando em 8%, em média, todavia as previsões das rotações manifestaram-se equivocadas, logo, utilizando as rotações reais, a proposta subestimaria em 28%, em média, as cargas de ruptura.

**Palavras-chave:** Concreto armado; Lajes lisas; Punção; Teor de agregado.

## ABSTRACT

In order to evaluate the influence of aggregate content on the punching shear strength of flat, bidirectional, symmetrical reinforced concrete slabs without shear reinforcement, 6 specimens were made with plan dimensions of (1400 x 1400) mm, divided into two groups containing 3 slabs each: the first group, called S90, is 90 mm thick, while the second group, called S120, is 120 mm thick. In each group, the amount of coarse aggregates in the concrete mix was varied, defining a reference dosage called 100%, then reducing the amount to 50% and finally increasing it to 150%. The compressive strengths of the concretes ranged from 31,66 MPa to 36,30 MPa. The rate of longitudinal reinforcement used in the S90 slabs was 1,48% and 0,65% for S120. The ultimate loads were estimated using three relevant normative documents, NBR 6118 (ABNT, 2023), EUROCODE 2 (CEN, 2004) and ACI 318 (ACI, 2019), as well as the recommendations of MODEL CODE 2010 (CEB, 2010) and the theoretical proposal of the author Muttoni (2008). Therefore, the vertical displacements, deformations, ultimate loads and failure modes are presented, showing that the aggregate content influenced the punching resistance of the slabs, providing sharper deflections with an increase in the concentration of aggregates and a 34% increase in the failure load when comparing the S120-50 and S120-150 slabs. As for the breaking load predictions evaluated, all were underestimated, with NBR 6118 (ABNT, 2023) proving to be the best normative document, showing values that were underestimated by 14% on average. As for Muttoni (2008) theoretical proposal, it had the best results, only underestimating by 8% on average, however, the predictions of rotations were wrong, so using real rotations, the proposal would underestimate the failure loads by 28% on average.

**Keywords:** Reinforced concrete; Flat slabs; Punching; Aggregate content.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Diferença entre concepção estrutural em Lajes Lisa e Laje convencional sobre Vigas .....	16
Figura 2 - Tronco de cone na ruptura por Punção .....	17
Figura 3 – Colapso do complexo residencial Surfside .....	17
Figura 4 - Lajes Cogumelo de C. A. P. Turner .....	20
Figura 5 - Lajes Cogumelo de Robert Maillart .....	21
Figura 6 - Sapatas submetidas à punção .....	21
Figura 7 - Ruptura por Flexão versus Punção .....	23
Figura 8 - Padrão de Fissuração na ruptura à Punção.....	23
Figura 9 - Superfície de ruptura à Punção .....	24
Figura 10 – Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento.....	25
Figura 11 - Perímetro Crítico $u_1$ .....	25
Figura 12 - Região de momentos negativos de lajes lisas .....	26
Figura 13 - Influência da Resistência à compressão do Concreto na Punção .....	27
Figura 14 - Mecanismo de transferência de tensões cisalhantes .....	28
Figura 15 – Influência do tamanho do agregado .....	28
Figura 16 - Efeito Pino .....	29
Figura 17 - Lei do <i>Size Effect</i> .....	31
Figura 18 - Modelo de Cálculo e Superfícies Críticas segundo NBR 6118 .....	33
Figura 19 - Perímetro crítico $C'$ .....	33
Figura 20 - Modelo de Cálculo segundo ACI 318.....	36
Figura 21 - Perímetro crítico $b_0$ .....	36
Figura 22 - Sistema de ensaio de Oliveira (2003) .....	39
Figura 23 - Arranjo de armaduras de Oliveira (2003) .....	40
Figura 24 - Fator de correção à norma MC90 de Oliveira (2003).....	41
Figura 25 - Sistema de Ensaio de Carvalho (2006).....	42
Figura 26 - Arranjo de armaduras de Carvalho (2006).....	43
Figura 27 - Sistema de ensaio de Costa <i>et al.</i> (2012) .....	44
Figura 28 - Sistema de ensaio de Savaris (2016) .....	46
Figura 29 – Armações das vigas ensaiadas por Savaris (2016).....	46
Figura 30 - Sistema de ensaio de Costa (2022) .....	48
Figura 31 - Armações das vigas ensaiadas por Costa (2022) .....	48

Figura 32 - Sistema de ensaio de Huber <i>et al.</i> (2019) .....	50
Figura 33 - Modelo de pavimento a ser simulado .....	52
Figura 34 - Fôrmas das Lajes .....	53
Figura 35 - Arranjos de armaduras à flexão .....	54
Figura 36 – Armaduras dispostas nas fôrmas .....	54
Figura 37 – Fixação dos extensômetros .....	55
Figura 38 - Localização dos extensômetros nas armaduras de flexão.....	56
Figura 39 - Posição do extensômetro responsável pelo concreto .....	56
Figura 40 - Disposição dos LVDT's .....	57
Figura 41 - Sistema de ensaio - Vista superior .....	58
Figura 42 - Sistema de ensaio - Vista Frontal.....	58
Figura 43 - Sistema de ensaio - Vista em perspectiva .....	59
Figura 44 – Aquisição de dados.....	59
Figura 45 – Curva granulométrica - Areia.....	63
Figura 46 – Curva granulométrica – brita 1 .....	63
Figura 47 – Diagrama tensão x deformação médio – aço CA-50 Ø12,5 mm .....	65
Figura 48 – Abatimento do Tronco de Cone – Dosagem Teor 150%.....	66
Figura 49 – Trabalhabilidade adquirida através do aditivo – Dosagem 150%.....	66
Figura 50 – Moldagem dos corpos de prova .....	67
Figura 51 – Concretagem das lajes.....	68
Figura 52 – Lajes deformadas e pintadas .....	68
Figura 53 – Comparação entre as dosagens.....	69
Figura 54 – Ensaio de compressão simples .....	69
Figura 55 – Ensaio de Módulo de Elasticidade .....	71
Figura 56 – Ensaio de Compressão Diametral .....	72
Figura 57 – Carga x Deslocamento no centro das lajes.....	73
Figura 58 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S90-50 - Eixo X.....	75
Figura 59 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S90-50 - Eixo Y .....	75
Figura 60 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S90-100 - Eixo X.....	76
Figura 61 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S90-100 - Eixo Y .....	76
Figura 62 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S90-150 - Eixo X.....	77
Figura 63 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S90-150 - Eixo Y .....	77
Figura 64 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S120-50 - Eixo X.....	78
Figura 65 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S120-50 - Eixo Y .....	78

Figura 66 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S120-100 - Eixo X.....	79
Figura 67 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S120-100 - Eixo Y .....	79
Figura 68 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S120-150 - Eixo X.....	80
Figura 69 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S120-150 - Eixo Y .....	80
Figura 70 – Carga x Deslocamento – S90-50.....	81
Figura 71 – Carga x Deslocamento – S90-100.....	81
Figura 72 – Carga x Deslocamento – S90-150.....	81
Figura 73 – Carga x Deslocamento – S120-50.....	82
Figura 74 – Carga x Deslocamento – S120-100.....	82
Figura 75 – Carga x Deslocamento – S120-150.....	82
Figura 76 – Deformação na superfície do concreto.....	83
Figura 77 – Deformação na superfície por grupo de laje .....	84
Figura 78 – Deformação no $EER_{S1}$ .....	85
Figura 79 – Deformações $EER_{S1}$ e $EER_{S2}$ – Lajes S90 .....	85
Figura 80 – Deformações $EER_{S1}$ e $EER_{S2}$ – Lajes S120 .....	86
Figura 81 – Laje S90-50 - Mapa de Fissuração.....	87
Figura 82 – Laje S90-100 - Mapa de Fissuração.....	87
Figura 83 – Laje S90-150 - Mapa de Fissuração.....	88
Figura 84 – Laje S120-50 - Mapa de Fissuração.....	89
Figura 85 – Laje S120-100 - Mapa de Fissuração.....	89
Figura 86 – Laje S120-150 - Mapa de Fissuração.....	90
Figura 87 - Configuração das linhas de ruptura .....	93
Figura 88 - Diagrama simplificado de tensões no estádio III.....	94
Figura 89 – Relação $P_u$ x $P_{NBR}$ .....	98
Figura 90 – Relação $P_u$ x $P_{EC\ 2}$ .....	100
Figura 91 – Relação $P_u$ x $PACI$ .....	101
Figura 92 – Relação $P_u$ x $P_{MC\ 10}$ .....	103
Figura 93 – Relação $P_u$ x $P_{Muttoni}$ .....	104
Figura 94 – Comparação das cargas estimadas e obtidas experimentalmente .....	107
Figura 95 – Curva “ <i>box and whiskers</i> ”.....	108

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Características das lajes de Oliveira (2003) .....	40
Tabela 2 - Características das Lajes de Carvalho (2006).....	43
Tabela 3 - Características das lajes de Costa <i>et al.</i> (2012) .....	45
Tabela 4 - Valores do coeficiente de Costa <i>et al.</i> (2012) .....	45
Tabela 5 - Características das vigas de Savaris (2016).....	47
Tabela 6 - Características das vigas de Costa (2022) .....	49
Tabela 7 - Características das vigas de Huber <i>et al.</i> (2019) .....	51
Tabela 8 - Características das lajes .....	53
Tabela 9 – Quantidade de materiais para produção de 1m <sup>3</sup> de concreto – Teor 100%...	60
Tabela 10 – Quantidade de materiais utilizadas para o Teor 100%.....	60
Tabela 11 – Quantidade de materiais utilizadas para o Teor 50% .....	61
Tabela 12 – Quantidade de materiais utilizadas para o Teor 150%.....	61
Tabela 13 – Características do cimento CP II-E 32 .....	62
Tabela 14 – Características da areia utilizada.....	62
Tabela 15 – Características da brita utilizada .....	63
Tabela 16 – Resumo – Propriedades do aço .....	66
Tabela 17 – Resultados – Ensaio de compressão simples .....	70
Tabela 18 – Resultados – Ensaio de Módulo de Elasticidade .....	71
Tabela 19 – Resultados – Ensaio de Compressão Diametral.....	72
Tabela 20 – Resumo dos deslocamentos máximo e carga de ruptura.....	74
Tabela 21 – Resumo das deformações máximas do concreto .....	84
Tabela 22 – Resumo das deformações das armaduras de flexão .....	86
Tabela 23 – Resumo das cargas referentes ao surgimento das primeiras fissuras .....	87
Tabela 24 – Cargas de Ruptura.....	90
Tabela 25 – Variação da resistência devido teor de agregados - lajes S100 como referência .....	91
Tabela 26 – Variação da resistência devido teor de agregados - lajes S50 como referência .....	92
Tabela 27 – Comparação das cargas de ruptura entre S90 e S120 .....	92
Tabela 28 – Cargas de ruptura à flexão .....	95
Tabela 29 – Modos de Ruptura segundo critério de Oliveira (2003) .....	95
Tabela 30 – Modos de Ruptura Reais após análise .....	96

Tabela 31 – Resumo das propriedades das lajes .....	97
Tabela 32 – Estimativas NBR 6118 (ABNT, 2023).....	98
Tabela 33 – Estimativas EUROCODE 2 (CEN, 2004) .....	99
Tabela 34 – Estimativas ACI 318 (ACI, 2019).....	101
Tabela 35 – Estimativas MODEL CODE 10 (CEB, 2010) .....	102
Tabela 36 – Estimativas Muttoni (2008) .....	104
Tabela 37 – Estimativas Muttoni (2008) com rotação real.....	106
Tabela 38 – Aderência das Estimativas .....	107

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>16</b>
1.1	Justificativa .....	18
1.2	Objetivos .....	18
1.2.1	Objetivo Geral .....	18
1.2.2	Objetivos Específicos .....	19
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>20</b>
2.1	Histórico sobre estudo das Lajes Lisas .....	20
2.2	Mecanismo de Ruptura por Punção em Lajes sem Armadura de Transversal .....	22
2.3	Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (CSCT) .....	24
2.4	Parâmetros que intervêm na resistência à Punção .....	26
2.4.1	Resistência à compressão do Concreto .....	26
2.4.2	Engrenamento dos Agregados .....	27
2.4.3	Taxa de Armadura à flexão .....	29
2.4.4	Geometria e dimensões do Pilar .....	30
2.4.5	Altura útil e <i>Size Effect</i> .....	30
<b>3</b>	<b>PESCRIÇÕES NORMATIVAS.....</b>	<b>32</b>
3.1	NBR 6118 (ABNT, 2023) .....	32
3.2	EUROCODE 2 (CEN, 2004) .....	34
3.3	ACI 318 (ACI, 2019) .....	35
3.4	MODEL CODE 2010 (CEB, 2010) .....	37
<b>4</b>	<b>TRABALHOS REALIZADOS.....</b>	<b>39</b>
4.1	Oliveira (2003) .....	39
4.2	Carvalho (2006) .....	42
4.3	Costa <i>et al.</i> (2012) .....	44
4.4	Savaris (2016) .....	45
4.5	Costa (2022) .....	47
4.6	Huber <i>et al.</i> (2019) .....	50
<b>5</b>	<b>PROGRAMA EXPERIMENTAL .....</b>	<b>52</b>
5.1	Características dos Modelos .....	52
5.2	Armadura de Flexão .....	54

5.3	Instrumentação .....	55
5.3.1	Armadura de Flexão .....	55
5.3.2	Concreto .....	56
5.3.3	Deslocamentos Verticais .....	57
5.4	Sistema de Ensaio .....	57
5.5	Dosagem do Concreto .....	59
5.5.1	Dosagem de referência - Teor 100% .....	60
5.5.2	Dosagem – Teor 50% .....	60
5.5.3	Dosagem – Teor 150% .....	61
5.5.4	Cimento .....	62
5.5.5	Agregados .....	62
<b>6</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....</b>	<b>65</b>
6.1	Materiais.....	65
6.1.1	Aço .....	65
6.1.2	Concreto .....	66
6.2	Deslocamento Vertical das Lajes .....	72
6.3	Deformações do Concreto.....	83
6.4	Deformações nas Armaduras de Flexão .....	84
6.5	Mapas de Fissuração .....	86
6.6	Carga de Ruptura.....	90
6.7	Modos de Ruptura Observados .....	93
<b>7</b>	<b>ESTIMATIVAS DE RESISTÊNCIA .....</b>	<b>97</b>
7.1	Estimativa segundo NBR 6118 (ABNT, 2023) .....	97
7.2	Estimativa segundo EUROCODE 2 (CEN, 2004).....	99
7.3	Estimativas segundo ACI 318 (ACI, 2019) .....	100
7.4	Estimativas segundo MODEL CODE 2010 (CEB, 2010) .....	102
7.5	Estimativas segundo Muttoni (2008) .....	103
7.6	Comparação das Estimativas.....	106
<b>8</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHO FUTUROS.....</b>	<b>109</b>
8.1	Deslocamentos Verticais .....	109
8.2	Deformações no Concreto.....	110
8.3	Deformações no Aço .....	110

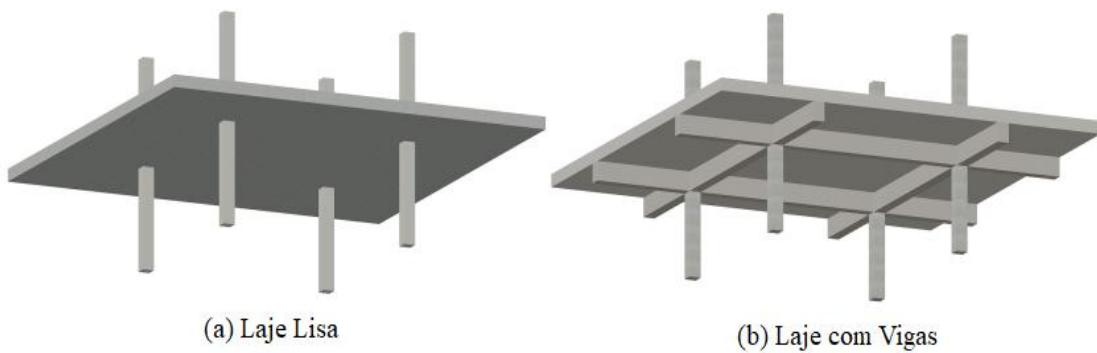
8.4	Mapas de Fissuração .....	110
8.5	Carga de Ruptura.....	110
8.6	Modos de Ruptura.....	111
8.7	Estimativas de Resistência .....	111
8.8	Sugestões de Trabalhos Futuros .....	112
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>113</b>

## 1 INTRODUÇÃO

No âmbito geral da construção civil, os modelos estruturais de edificações em concreto armado consistem em quatro elementos básicos, são eles: lajes, vigas, pilares e fundação. As lajes desempenham o papel de receber as solicitações dos pavimentos, em seguida distribuem os esforços para as vigas, que por sua vez transmitem para os pilares e por fim às fundações.

As lajes lisas apresentam-se como um sistema estrutural no qual se apoiam diretamente sob pilares, ou seja, não necessitando a presença de elementos de viga para realizar a transferência de esforços. É um método construtivo eficiente, promovendo simplicidade e celeridade nas operações *in loco*, reduzindo o peso total dos edifícios, simplificação de armaduras e formas e permitindo maior flexibilidade na disposição dos pisos, (LIBERATI *et al.*, 2019; BRANCO, 2022). A Figura 1 ilustra uma concepção estrutural em laje lisa (a) em comparação a um sistema convencional com vigas (b).

Figura 1 - Diferença entre concepção estrutural em Lajes Lisa e Laje convencional sobre Vigas

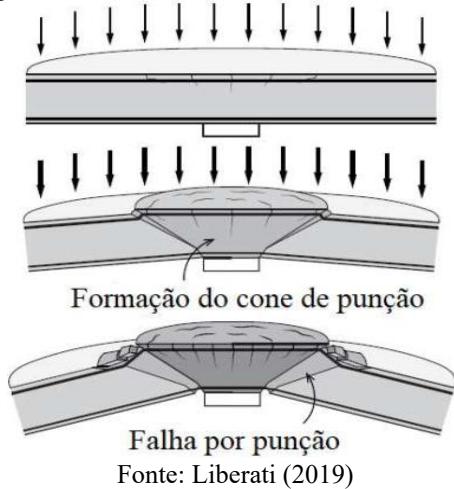


Fonte: Topuzi (2015)

Apesar das vantagens, a solução em lajes lisas apresenta desvantagens apontadas por Liberati (2019) como: deslocamentos verticais mais acentuados, maiores momentos fletores, menor estabilidade global da estrutura e o risco da ruptura da ligação laje-pilar devido a punção.

A ruptura por punção é um modo de falha da estrutura caracterizada por uma força concentrada atuando perpendicular à laje, na maioria das vezes transmitida pelos pilares, nos quais a laje está diretamente apoiada (GUANDALINI, 2005). Segundo Albuquerque (2015), o esforço concentrado na região laje-pilar ocasiona elevadas tensões de cisalhamento, podendo levar há uma ruptura frágil e brusca em forma de “tronco cone” ao redor do pilar, conforme Figura 2.

Figura 2 - Tronco de cone na ruptura por Punção



Fonte: Liberati (2019)

O colapso da estrutura por punção é um assunto de extrema atenção para a engenharia civil, devido sua fragilidade. No dia 24 de junho de 2021, o complexo residencial de Surfside, na Flórida, entrou em colapso, resultando na morte de 98 pessoas, dentre as causas que levaram à ruína, os engenheiros da Wiss, Janney, Elstner Associates (WJE) afirmam que houve falha por punção na plataforma da piscina, esta então aplicou uma carga não prevista à estrutura da edificação, o que ocasionou o colapso do prédio, como é possível observar na Figura 3

Figura 3 – Colapso do complexo residencial Surfside



Fonte: Miami-Dade Fire Rescue Department (2021)

## 1.1 Justificativa

A escolha pelo modelo estrutural em lajes lisas tem se tornado cada vez mais presente nas edificações, principalmente quando se trata de prédios altos, haja visto a simplicidade de execução, em decorrência da ausência das vigas. Em contrapartida, mediante os perigos da ruína por punção, é necessário entender melhor como funciona esse modo de ruptura.

Lajes submetidas à carregamentos concentrados são geralmente dimensionados em verificações de funcionamento ao longo de um perímetro crítico. Os códigos normativos introduziram parâmetros que influenciam na resistência à punção, como: resistência à compressão do concreto, taxa de armadura, índice de retangularidade, *size effect*, diâmetro máximo do agregado etc. Todavia a pouca acuraria das recomendações normativas já vem sendo apontada há tempos, mediante às pesquisas realizadas, a exemplo de trabalhos como Oliveira (2003) ou até recentemente com Branco (2022), têm-se atestado que as normas técnicas vigentes conduzem a resultados divergentes quando comparados aos dados experimentais, sejam por vezes subestimado, sejam por vezes superestimado.

No tocante a lajes lisas sem a presença de armadura de cisalhamento, Macgregor & Wight (2012) acreditam que as tensões cisalhantes são transferidas por meio do agregado graúdo, na propriedade denominada engrenamento dos agregados. Os autores, assim como o documento MODEL CODE 2010 (CEB, 2010), atribuem o engrenamento ao diâmetro máximo do agregado. Entretanto nenhum documento relevante permite avaliar as mudanças no engrenamento experimentadas ao se alterar o teor de agregados na composição do concreto.

Diante do cenário exposto, essa pesquisa visa investigar a influência do teor de agregados na resistência à punção de lajes lisas sem armadura de cisalhamento.

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Objetivo Geral

A pesquisa pretende contribuir com o conhecimento acerca do fenômeno da punção em lajes lisas bidimensionais, sem armadura de cisalhamento, avaliando os efeitos

causados com a variação do teor de agregados, em duas diferentes esbeltezes de laje na resistência ao punctionamento.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

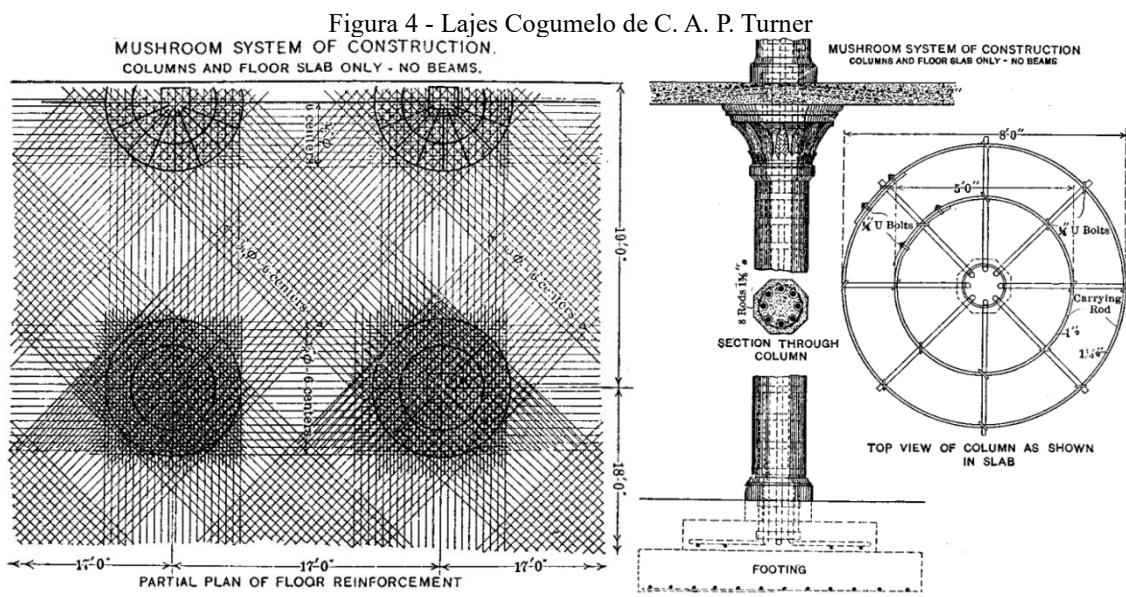
- Confeccionar 6 lajes de (1400 x 1400) mm de dimensões e dividi-las em dois grupos: o primeiro com espessura de 90 mm ( $l/h = 35$ ) e o segundo com espessura de 120 mm ( $l/h = 27$ );
- Variar o teor do agregado nas três lajes de cada grupo em 50%, 100% e 150%;
- Analisar os resultados a serem obtidos e compará-los com documentos normativos vigentes, sendo eles: NBR 6118 (ABNT, 2023), EUROCODE 2 (CEN, 2004) e ACI 318 (ACI, 2019). Em adição aos documentos, avaliar as recomendações da MODEL CODE 2010 (CEB, 2010) e a proposta teórica do autor Muttoni (2008);
- A partir dos dados experimentais a serem obtidos, investigar a influência da variação no teor de agregados e da mudança de espessura na resistência à punção de lajes lisas bidimensionais sem armadura de cisalhamento.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

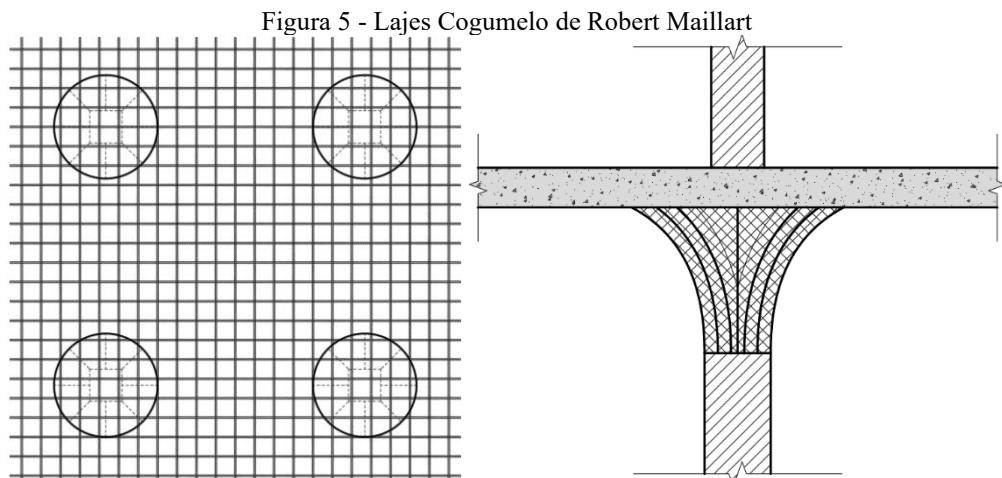
O capítulo em questão tem o intuito de reunir informações referentes à lajes lisas em concreto armado, a partir a investigação da literatura presente sobre o assunto. Serão reunidas informações sobre: histórico das lajes lisas, mecanismos de ruptura e parâmetros que influenciam à sua resistência ao punctionamento.

### 2.1 Histórico sobre estudo das Lajes Lisas

A literatura histórica acerca das Lajes Lisas é bem controversa, autores distintos atribuem a inovação à diferentes engenheiros. Para Gasparini (2002) o primeiro conceito de uma laje de concreto apoiada diretamente sobre pilares foi apresentado por George M. Hill no ASCE em 1900, o engenheiro teria projetado e executado diversas obras no estado de *New Jersey* (EUA) no período de 1899 a 1901. Entretanto o autor credita ao engenheiro C. A. P. Turner o responsável por demonstrar a confiabilidade das Lajes Lisas quando, em 1906, utilizou a solução de lajes cogumelo na construção do Edifício Johnson-Bovey, em Minneapolis. A Figura 4 ilustra o sistema estrutural adotado por Turner, utilizando capitéis na ligação laje-pilar, bem como uma armadura radial, ambas com intuito de suportar a concentração de tensões nessa região.



Diferente de Guandalini (2005), Fürst & Marti (1997) atribuem à Robert Maillart a invenção das lajes lisas, pois o engenheiro teria desenvolvido a solução em 1900 e tendo executado diversas obras, se aproveitando da ausência de normas regulamentadoras na Suíça, entretanto sua patente só foi adquirida em 1909, sendo assim retirando parte de seu mérito. A Figura 5 ilustra a solução adotada por Mailart, diferente de Turner, que utilizou armação radial, ele optou por armaduras nas duas direções ortogonais, além de outra geometria para o capitel.



Fonte: Adaptado Fürst e Marti (1997)

Com a ausência de documentos que estabelecessem regras quanto à execução de lajes lisas, o ACI em 1925 foi pioneiro em apresentar recomendações. O órgão norte americano se utilizou dos ensaios de Talbot (1913), que ensaiou sapatas sob pilares e pôde observar a formação do padrão de fissuração em tronco de cone (relativo à punção), assim como notou o ganho da resistência a punção à medida que aumentava as taxas de armadura à flexão da sapata. A Figura 6 traz o sistema de ensaio utilizado, bem como a ruptura observada pelo autor.



Fonte: Talbot (1913)

Apesar da importância de Talbot, por se tratar de sapatas, eram elementos muito espessos, logo os resultados não eram adequados para representar lajes lisas. Tendo isso em mente, Elstner & Hognestad (1956) ensaiaram 39 lajes com intuito de avaliar quais parâmetros influenciam na resistência de lajes ao punctionamento, sendo eles: taxa de armadura à flexão, taxa de armadura à compressão, resistência à compressão do concreto, condições de contorno, dimensão dos pilares, taxa e distribuição de armaduras de cisalhamento. Os autores obtiveram resultados que mostraram a grande influência de todos os parâmetros acima descritos, exceto a armadura à compressão, que pouco influenciou.

Posteriormente aos trabalhos de Elstner & Hognestad, Kinnunen & Nylander (1960) apresentaram um modelo mecânico capaz de prever a resistência da ligação laje-pilar. Os autores buscaram explicar o mecanismo de ruptura por punção para lajes lisas sem armadura de cisalhamento, através de um programa experimental que contou com 61 lajes. O modelo constituía na formação de fissuras de flexão e cisalhamento, dividindo a laje em segmentos e admitindo que, fora do cone de punção, ela apresentaria rotações de corpo rígido. Kinnunem & Nylander foram pioneiros, pois apresentaram um método prático, indo de encontro aos modelos empíricos da época, entretanto seu modelo era complexo e a precisão dos resultados não era justificável.

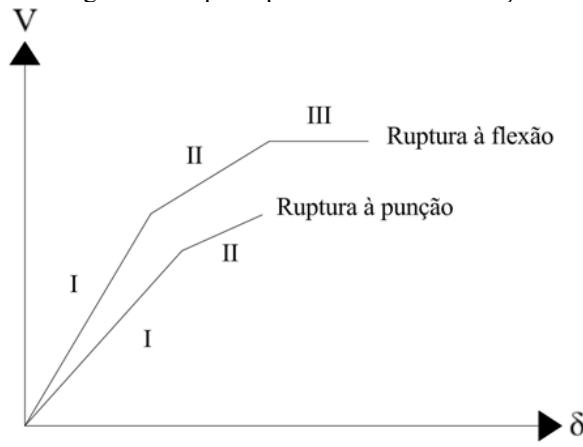
## **2.2 Mecanismo de Ruptura por Punção em Lajes sem Armadura de Transversal**

A ruptura por flexão de lajes se dá através de três etapas bem características: primeiramente, antes de haver a fissuração, a laje se comporta como uma placa elástica, em seguida as fissuras tornam a laje anisotrópico, ou seja, sua rigidez não é mais constante, nesse momento a armadura inicia seu escoamento e eventualmente irão romper com o aumento da carga, por fim a laje formará rótulas plásticas que antecedem seu colapso (MACGREGOR & WIGHT, 2012). Diferente da descrição acima de uma ruptura por flexão, a punção costuma ocorrer de maneira súbita (BRANCO, 2022), principalmente quando não há presença de armadura de transversal. Branco (2022) complementa ao afirmar que as deformações, que antecedem a ruptura total, normalmente são pequenas e a resistência residual após a punção é baixa, tornando a previsão

ineficiente, mas um ponto que vai de encontro à ruptura por flexão, cuja precisão é satisfatória.

A comparação entre os estágios de ruptura de flexão e punção pode ser observada na Figura 7, no qual a ruptura por flexão possui as três etapas já descritas, enquanto a punção apenas dois, pois não há o escoamento do aço. Nota-se que a falha por punção é bem frágil, permitindo pequenas deformações, diferente da ductibilidade apresentada na flexão.

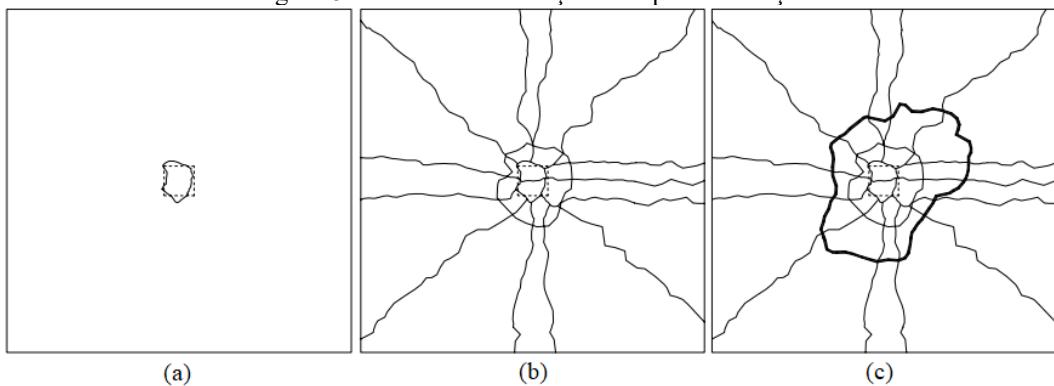
Figura 7 - Ruptura por Flexão versus Punção



Fonte: Autor (2024)

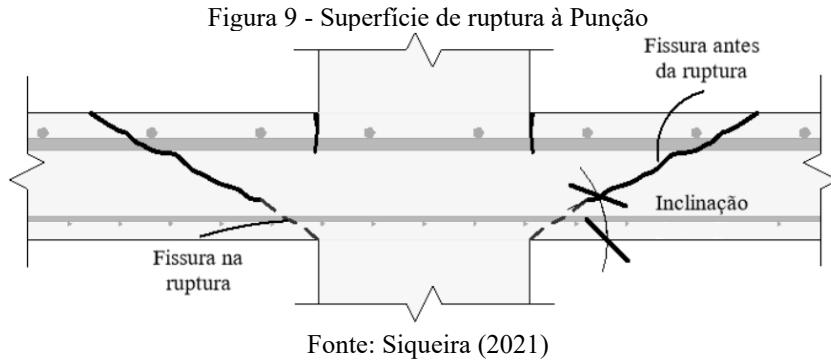
Quanto ao padrão de fissuração, Figura 8 ilustra o mais comumente observado em rupturas por punções, nela é possível observar a tendência à formação de fissuras radiais na região tracionada da laje. Vale ressaltar que a Figura 8 representa os resultados obtidos por Guandalini (2005), logo não são regra.

Figura 8 - Padrão de Fissuração na ruptura à Punção



Fonte: Guandalini (2005)

Quanto a superfície de ruptura (Figura 8c) a configuração é a comentada previamente, assemelhando-se a um tronco de cone, conforme a Figura 9. O ângulo de inclinação da fissura é motivo de divergência entre os autores, a NBR 6118 (ABNT, 2023) define como  $26,6^\circ$ , enquanto o ACI 318 (ACI, 2019) admite como sendo  $45^\circ$ .

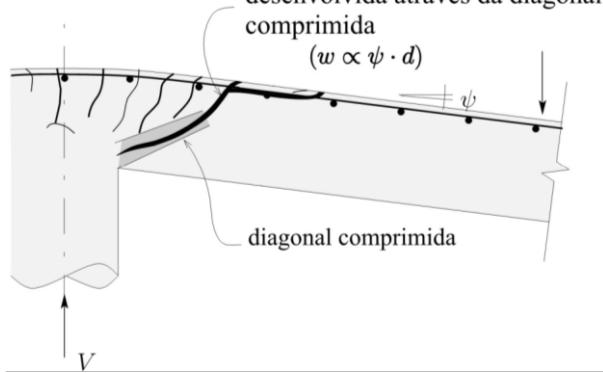


### 2.3 Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (CSCT)

O estudo desenvolvido por Muttoni (2008), baseou-se na aplicação da teoria da fissura crítica de cisalhamento em lajes lisas sem armadura de cisalhamento, submetidas a carregamento simétrico. Esta é uma teoria que tem ganhado relevância no meio acadêmico, servindo base para o código europeu MODEL CODE 2010 (CEB, 2010), mesmo não sendo uma norma técnica oficial, este documento tem bastante prestígio junto aos pesquisadores.

Segundo a CSCT, a resistência à punção está associada à abertura de uma fissura crítica  $w$ , sendo relacionada ao produto da rotação  $\psi$  da laje e altura útil  $d$ . Segundo Muttoni (2008), a resistência à punção tende a ser reduzida à medida que a rotação  $\psi$  aumenta, o autor completa que isso se dá pela propagação da fissura crítica ao longo da laje, que secciona a biela próxima à ligação laje-pilar, conforme Figura 10.

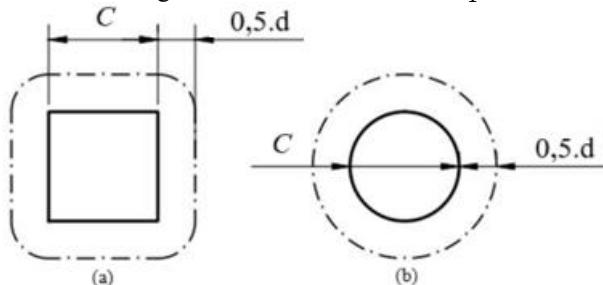
Figura 10 – Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento  
fissura crítica de cisalhamento  
desenvolvida através da diagonal  
comprimida



Fonte: Barros (2016)

Muttoni (2008) afirma que esta fissura crítica se desenvolve em uma inclinação igual a  $45^\circ$  e que é experimentada ao longo de um perímetro crítico  $u_1$  encontra-se distante de  $0,5 \cdot d$  da face do pilar, conforme Figura 11, e calculado pela equação (1).

Figura 11 - Perímetro Crítico  $u_1$



Fonte: Barros (2016)

$$u_1 = \begin{cases} 4 \cdot C + \pi \cdot d & (a) \\ \pi \cdot C + \pi \cdot d & (b) \end{cases} \quad (1)$$

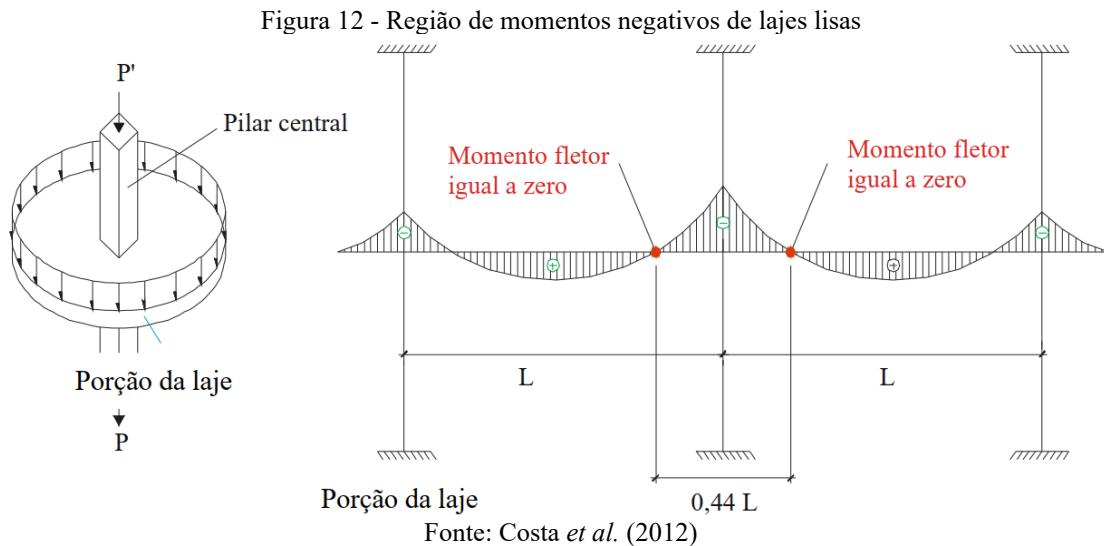
A equação (2) expressa a resistência de lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento de acordo com Muttoni (2008).

$$V_R = \frac{3}{4} \cdot \frac{u_1 \cdot d \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_g + d_{g0}}} \quad (2)$$

Onde  $d_g$  é o diâmetro máximo do agregado graúdo e  $d_{g0}$  é definido como diâmetro do agregado de referência e equivale a 16 mm. A rotação da laje  $\psi$  pode ser obtida através da equação (3).

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left( \frac{V}{V_{flex}} \right)^{1,5} \quad (3)$$

Onde  $r_s$  é o raio no qual o momento fletor é nulo e pode ser assumido como  $0,22 \cdot L$  para lajes retangulares com razão entre dimensões entre 0,5 e 2,0 (ver Figura 12). A razão  $V/V_{flex}$  é a razão entre o esforço concentrado aplicado no pilar e a carga de ruptura à flexão.



## 2.4 Parâmetros que intervêm na resistência à Punção

Como já citado, Elstner & Hognestad (1956) foram pioneiros em avaliar os parâmetros que influenciam na resistência à punção de lajes. Posteriormente aos autores inúmeros programas experimentais se propuseram a qualificar estes fatores, e se tratando de Lajes sem armadura de cisalhamento, as propriedades mais dominantes são:

- 1) Resistência à compressão do Concreto;
- 2) Engrenamento dos agregados;
- 3) Taxa de armadura à Flexão;
- 4) Geometria e dimensões do Pilar;
- 5) Altura útil e *Size Effect*.

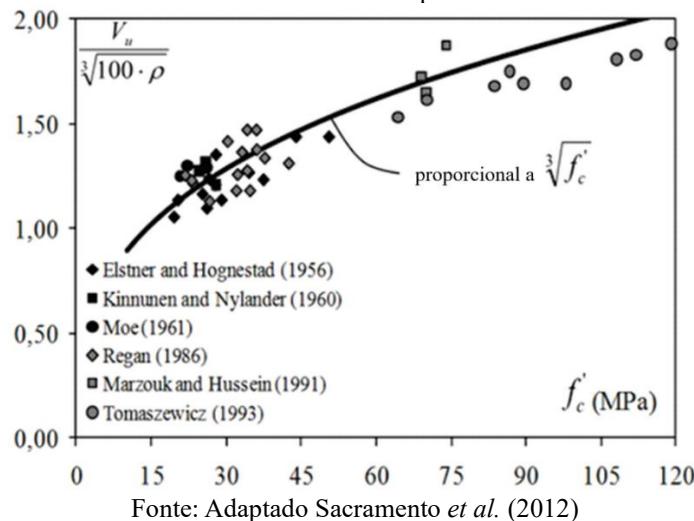
### 2.4.1 Resistência à compressão do Concreto

Segundo Sacramento *et al.* (2012) a resistência à tração do concreto é a que rege a resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento, entretanto, nas normas

regulamentadoras, esse parâmetro é por vezes atrelado à resistência à compressão do material, portanto dá-se devida atenção à essa propriedade.

O primeiro pesquisador a estudar sobre a influência deste fator foi Graf (1933). O autor concluiu não haver relação linear entre a resistência do concreto e a resistência à punção. Moe (1961), após ensaiar 43 lajes, propôs que a resistência à punção deveria ser diretamente proporcional à raiz quadrada da resistência do concreto, recomendação esta que órgãos utilizam até hoje, como exemplo o ACI 318 (ACI, 2019) e Model Code 2010 (CEB, 2010). Entretanto o ACI 318 (ACI, 2019) se limita para concretos de até 69 MPa, visto que estudos mais recentes demonstraram que, para concretos de alta resistência, a consideração da raiz quadrada superestima a resistência à punção, sendo assim diversos autores recomendam a raiz cúbica, sugestão essa que é adotada pela NBR 6118:2014. A Figura 13 ilustra a boa correlação encontrada por Sacramento *et al.* (2012) ao analisar esta posição conforme diversos autores.

Figura 13 - Influência da Resistência à compressão do Concreto na Punção



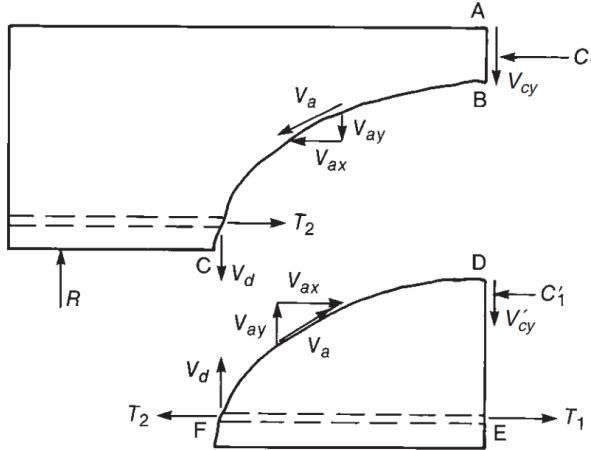
Fonte: Adaptado Sacramento *et al.* (2012)

#### 2.4.2 Engrenamento dos Agregados

Segundo Macgregor & Wight (2012), a transferência das tensões cisalhantes através de uma fissura crítica é dada pelo mecanismo ilustrado na Figura 14. As componentes  $V_c'$ 's e  $V_d'$ 's são transferidas pelo concreto e armadura de flexão, respectivamente, enquanto as componentes  $V_a'$ 's são transferidas no perímetro da fissura pelo engrenamento dos agregados, ou seja, o agregado graúdo que compõe o concreto permite, devido a sua rugosidade, que as tensões cisalhantes possam ser transferidas mesmo após o surgimento da fissura crítica. Os autores complementam que, à medida que

o diâmetro do agregado aumenta, sua rugosidade aumenta, permitindo assim que maiores tensões de cisalhamento sejam transferidas através das fissuras.

Figura 14 - Mecanismo de transferência de tensões cisalhantes

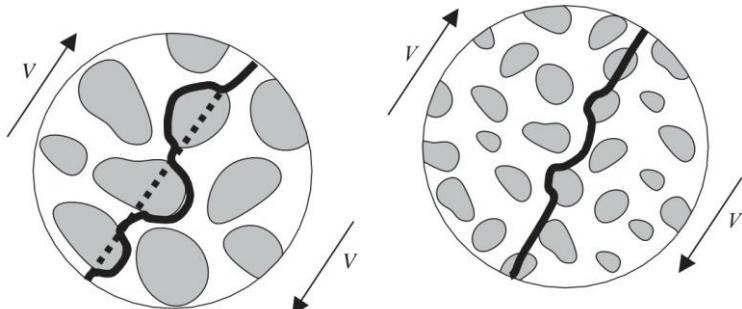


Fonte: Macgregor & Wight (2012)

Ainda de acordo com Macgregor & Wight (2012), os autores comentam que quanto maior for a altura da peça, os espaçamentos e as larguras das fissuras tendem a serem maiores, reduzindo a tensão de cisalhamento e permitindo uma melhor transferência das tensões devido ao engrenamento dos agregados.

Savaris & Pinto (2017) desenvolveram uma pesquisa que avaliou a influência do diâmetro e volume dos agregados na resistência ao cisalhamento de 18 vigas. Os autores concluíram que uma redução no volume de agregados (teor de agregados) não teve influência significativa na resistência ao cisalhamento. Em contrapartida, o aumento do diâmetro máximo do agregado de 9,5 mm para 19 mm provocou melhora de 12,8% na resistência ao esforço cisalhante.

Figura 15 – Influência do tamanho do agregado



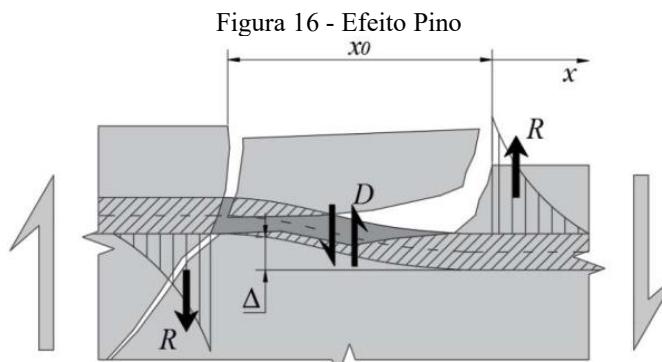
Fonte: Macgregor & Wight (2012)

Costa (2022) elaborou um programa experimental composto por 11 vigas com propósito de investigar a influência do fator de escala (esbeltez), diâmetro máximo, tipo

e teor dos agregados. A autora observou que, apesar de variar a relação  $l/h$  em níveis pequenos (entre 6 e 8), já foi possível observar mudança no comportamento das vigas e momento de ruptura. Entrando em concordância com Savaris & Pinto (2017), Costa (2022) não notou mudanças significativas, ou seja, fora da margem de 10%, quando se alterou o teor de agregados em 30%, a autora ressalta que obteve resultados mais expressivos quando variou o tipo do agregado, mudando de granito para quartzito, sendo a brita com melhor desempenho.

#### 2.4.3 Taxa de Armadura à flexão

Em concordância com as menções presentes no item 2.4.2, a armadura à flexão é uma das responsáveis pela transferência das tensões de cisalhamento, principalmente em lajes sem armadura transversal. Esta contribuição se dá ao chamado efeito pino, Moe (1961) explica que este fenômeno se dá após o deslocamento reativo  $\Delta$ , provocado pelo esforço cisalhante após a fissura diagonal (Figura 16).



Fonte: Barros (2016)

Segundo Oliveira (2015), o aumento da taxa de armadura à flexão provoca acréscimo na zona comprimida do concreto, ou seja, a área de concreto não fissurado destinada a resistir ao cisalhamento, e, portanto, com a redução das fissuras de flexão, há uma melhor transferência das tensões através do engrenamento dos agregados e efeito de pino. A importância da armadura de flexão é tamanha que os autores Said *et al.* (2020) constataram acréscimos na resistência à punção entre 26% e 42%, quando variaram a taxa de armadura nos valores de 0,75%, 1,10% e 1,90%.

#### 2.4.4 Geometria e dimensões do Pilar

De acordo com Paiva *et al.* (2015), a geometria e as dimensões dos pilares influenciam significativamente na punção em lajes lisas, visto que irão definem como será a distribuição de tensões na ligação laje-pilar.

A influência da geometria foi avaliada por Vanderbilt (1972), sendo um dos precursores a perceber concentração de tensões nos cantos de pilares quadrados, ao ensaiar lajes apoiadas em pilares com essa geometria e circulares. O autor justifica que esse fenômeno foi causador da redução da resistência última das lajes apoiadas em pilares quadrados quando comparadas às apoiadas em circulares. Regan (1981) comparou programas experimentais realizados com as duas geometrias e constatou diferenças na ordem de 10% a 15% na carga última de punção.

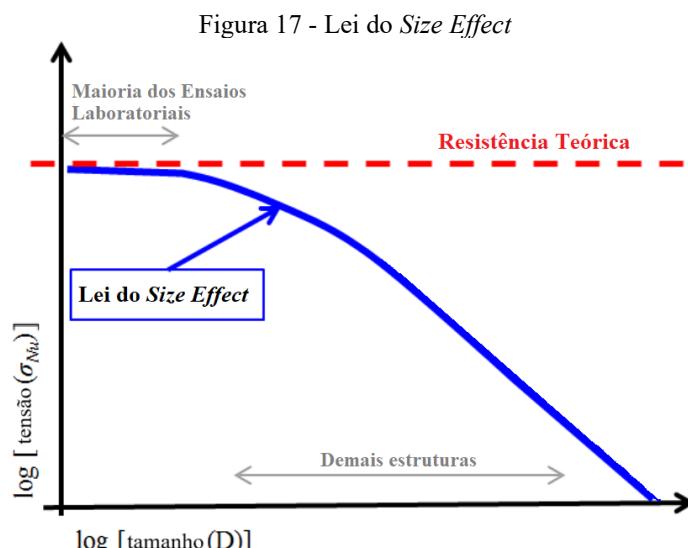
Quando a importância das dimensões do pilar ou o chamado índice de retangularidade, ou seja, a razão entre a maior e menor dimensão do pilar, foi um parâmetro estudado por Hawkins *et al.* (1971) e Oliveira *et al.* (2004). Os autores convergiram em concluir que, para um índice maior que 2, a resistência à punção deixa de ter relação direta e proporcional com o aumento da seção do pilar. Hawkins *et al.* (1971) notou redução da capacidade resistente, enquanto Oliveira *et al.* (2004) sugeriram a introdução de um fator  $\lambda = c_{máx}/d$  nos códigos vigentes da época para melhora dos resultados sugeridos pelos órgãos, onde  $c_{máx}$  é a maior dimensão do pilar e  $d$  a altura efetiva da laje.

#### 2.4.5 Altura útil e *Size Effect*

A influência do aumento da altura útil da laje sobre sua resistência última à punção é conhecida como *Size Effect* e se dá através da redução da capacidade resistente de um elemento após o aumento do seu tamanho, ou seja, estruturas de mesmo material, mas dimensões distintas que deveriam falhar a mesma tensão, apresentaram rupturas distintas, sendo a de maior dimensão ocorrendo primeiro.

Graf (1933) foi um dos primeiros a perceber a influência do *Size Effect* na espessura de lajes submetidas à punção. Regan & Bræstrup (1985) propuseram que o *Size Effect* poderia ser estimado por um fator  $\xi = (1/d)^{1/3}$ , enquanto a NBR 6118 (ABNT, 2023) recomenda  $\xi = 1 + (200/d)^{1/2}$ .

Segundo Siqueira (2021), o *Size Effect* só ganhou maior relevância após a década de 1960, visto que até então os programas experimentais eram conduzidos com espessuras de laje relativamente pequenas, logo a influência do fenômeno era quase imperceptível. A Figura 17 ilustra, de acordo com Bazant (1984), a “Lei do *Size Effect*”, como os próprios autores caracterizam. É possível observar que para maioria dos testes em laboratório pouca é a influência do *Size Effect*, entretanto conforme se aumenta a dimensão as estruturas reduzem consideravelmente sua resistência



Fonte: Adaptado Alberti (2015)

### **3 PESCRIÇÕES NORMATIVAS**

É evidente que não há um único método para análise do punctionamento, sendo assim, serão apresentadas propostas de cálculo de quatro normas vigentes mais empregadas, apesar de como citado no item 2.3, a MODEL CODE 2010 (CEB, 2010) não se tratar de documento oficial, são elas:

1. NBR 6118 (2023), Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento (ABNT, 2023);
2. EUROCODE 2 (2004), Design of Concrete Structures. European Committee for Standardization (CEN, 2004);
3. ACI 318 – 2019, American Building Code Requirements for Reinforced Concrete. American Concrete Institute (ACI, 2019);
4. MODEL CODE 2010, CEB-FIB: 2010. Comitee Euro-International du Beton (CEB, 2010).

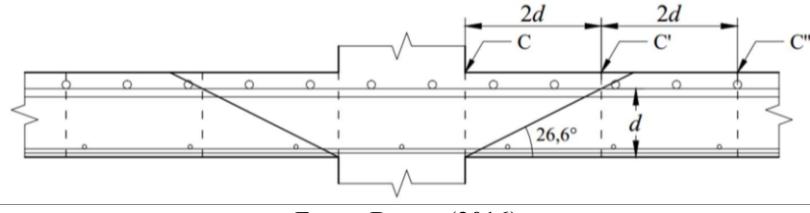
As prescrições apresentadas dizem respeito às situações de estado limite último de lajes sobre punctionamento sem armadura de cisalhamento. As recomendações limitam-se a casos de ligação laje-pilar com as seguintes restrições: carregamento estático distribuído simetricamente em torno de pilares internos de seções quadrada ou circular, pilares de seção constante, ausência de protensão e concreto confeccionado com agregados convencionais.

#### **3.1 NBR 6118 (ABNT, 2023)**

A norma brasileira sugere como modelo de superfície de ruptura definida por uma fissura diagonal com 26,6° de inclinação (ver Figura 18) e exige que a verificação das tensões atuantes de cisalhamento seja realizada em duas ou mais superfícies críticas C, C' e C'', conforme Figura 18. A superfície C diz respeito à verificação da compressão diagonal do concreto, a C' a verificação da resistência à punção associada à tração diagonal em lajes com ou sem armaduras de cisalhamento, dentro da região destas armaduras, por fim, a superfície C'' serve apenas para lajes que possuem armadura de

cisalhamento (portanto, não sendo objeto de estudo) e verifica a resistência à punção por tração diagonal fora da região das armaduras.

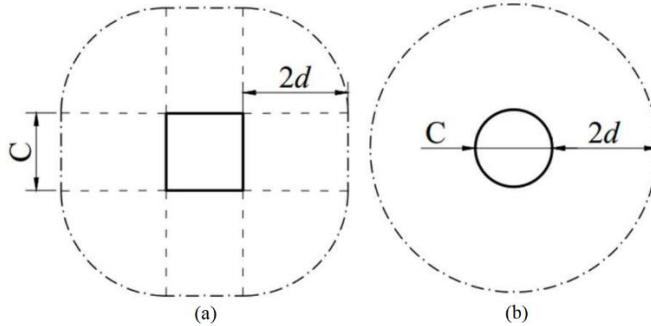
Figura 18 - Modelo de Cálculo e Superfícies Críticas segundo NBR 6118



Fonte: Barros (2016)

A superfície C é o próprio perímetro do pilar ( $u_0$ ), enquanto C', afastadas de  $2d$  do pilar é definida pelo perímetro de controle  $u_1$  conforme Figura 19 e pode ser calculada através da equação (4).

Figura 19 - Perímetro crítico C'



Fonte: Barros (2016)

$$u_1 = \begin{cases} 4 \cdot C + 4 \cdot \pi \cdot d & (a) \\ \pi \cdot C + 4 \cdot \pi \cdot d & (b) \end{cases} \quad (4)$$

A verificação da compressão diagonal do concreto é feita através da equação (5).

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd,2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot \frac{f_c}{\gamma_c} \quad (5)$$

Onde:

$$\alpha_v = 1 - \frac{f_c}{250} \quad (6)$$

$$\tau_{sd} = \frac{F}{u_0 \cdot d} \quad (7)$$

Com  $f_c$  em MPa e  $F$  representando a força ou reação concretada de cálculo e  $\gamma_c$  o coeficiente de minoração da resistência do concreto, sendo 1,4.

A norma ainda permite um acréscimo de 20% no valor de  $\tau_{Rd2}$ , devido ao efeito do estado múltiplo de tensões junto a um pilar interno, quando os vãos que chegam a esse pilar não diferem mais de 50% entre si e não haja aberturas junto ao pilar.

A equação (8) representa a resistência à punção de lajes de concreto armado para a superfície crítica C', com  $d$  em milímetros.

$$V_{Rd,1} = 0,182 \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{\frac{1}{3}} \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \cdot u_1 \cdot d \quad (8)$$

Onde  $\rho$  é a taxa de armadura de flexão nas duas direções ortogonais e pode ser obtida pela equação (9), no qual  $\rho_x$  e  $\rho_y$  são as taxas em cada uma das direções calculadas pela equação (10) para cada área de aço contida ( $A_{s(x,y)}$ ).

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad (9)$$

$$\rho_{(x,y)} = \frac{A_{s(x,y)}}{b \cdot d} \quad (10)$$

A altura útil da laje também pode ser escrita como função das alturas úteis em cada direção, caso sejam distintas, conforme equação (11).

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (11)$$

O termo  $\left( 1 + \sqrt{200/d} \right)$  contido na equação (8) representa a consideração do *Size Effect* por parte da norma, como visto previamente no item 2.4.5.

### 3.2 EUROCODE 2 (CEN, 2004)

É notória a semelhança entre a EUROCODE 2 e a NBR 6118, visto que a norma brasileira foi baseada na norma europeia, portanto ambas adotam o mesmo modelo de cálculo. Entretanto será possível notar que a EC 2 apresenta limites que não são empregados na NBR. A equação (12) apresenta a carga de resistência a punção em lajes sem armadura de cisalhamento, segundo a EUROCODE 2, calculado na seção crítica de perímetro  $u_1$ , o mesmo definido previamente pela equação (4).

$$V_{Rd,c} = 0,18 \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{\frac{1}{3}} \cdot k \cdot u_1 \cdot d \geq V_{min} \quad (12)$$

Onde  $\rho$  é a taxa de armadura de flexão, entretanto limitada a no máximo 2%. O coeficiente  $k$  representa o *Size Effect* e pode ser obtido pela equação (13), semelhante à norma brasileira, entretanto limitado ao valor 2,0 (ou seja, limita-se a lajes de altura útil maior ou igual a 200 mm).

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad (13)$$

A resistência mínima ( $V_{min}$ ) definida pela norma pode ser obtida através da equação (14).

$$V_{min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_c^{1/2} \cdot u_1 \cdot d \quad (14)$$

Quanto a verificação da diagonal comprimida, é realizada através da equação (15), que dá o valor da carga resistente no perímetro  $u_0$ , equivalente ao perímetro do pilar.

$$V_{máx} = 0,4 \cdot v \cdot \frac{f_c}{\gamma_c} \cdot u_0 \cdot d \quad (15)$$

Onde  $v$  é dado pela equação (16), no qual  $f_c$  em MPa e  $\gamma_c$  é o coeficiente de minoração da resistência do concreto, sendo 1,5.

$$v = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_c}{250}\right) \quad (16)$$

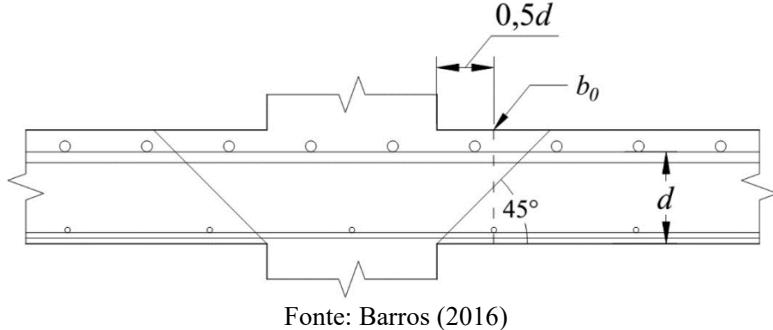
Para lajes com armações distintas nas duas direções ortogonais, a taxa de armadura pode ser obtida pela equação (9), no qual  $\rho_x$  e  $\rho_y$  são as taxas em cada uma das direções calculadas pela equação (10) para cada área de aço contida ( $A_{s(x,y)}$ ).

### 3.3 ACI 318 (ACI, 2019)

A norma americana foi uma das pioneiras no quesito punção, pois desde 1913 já abordava sobre o assunto. Atualmente baseia seu modelo de cálculo em uma superfície de ruptura com fissura inclinada de 45º (ver Figura 20). A tensão resistente da laje é

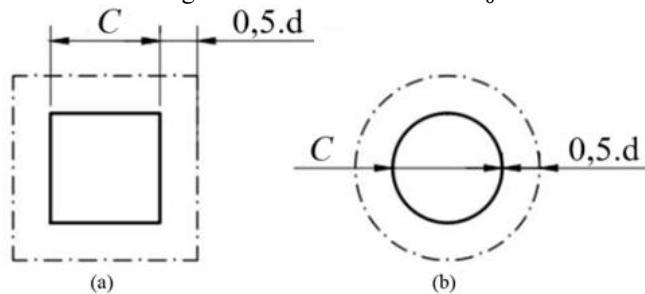
calculada para o perímetro crítico  $b_0$ , distante  $0,5 \cdot d$  da face do pilar, conforme Figura 21 e pode ser definida pela equação (17).

Figura 20 - Modelo de Cálculo segundo ACI 318



Fonte: Barros (2016)

Figura 21 - Perímetro crítico  $b_0$



Fonte: Barros (2016)

$$b_0 = \begin{cases} 4 \cdot C + 4 \cdot d & (a) \\ \pi \cdot C + \pi \cdot d & (b) \end{cases} \quad (17)$$

Tratando-se de lajes sem armadura de cisalhamento, o ACI 318 define que a carga de ruptura à punção é estabelecida apenas pela resistência devida ao concreto, ou seja, não leva em consideração a taxa de armadura à flexão, divergindo da NBR 6118 e EC 2. Sendo assim, o valor da resistência é dada pela equação (18).

$$V_c \leq \begin{cases} \frac{1}{6} \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \\ \frac{1}{12} \cdot \left(2 + \frac{\alpha_s \cdot d}{b_0}\right) \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \\ \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_0 \cdot d \end{cases} \quad (18)$$

Com  $f_c$  dado em MPa e onde  $\beta_c$  é índice de retangularidade do pilar, ou seja, a razão entre o maior e o menor lado do elemento. O coeficiente  $\alpha_s$  leva em conta o tipo de pilar, sendo o valor de 40 para pilares internos, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto. O ACI 318 limita o valor de  $\sqrt{f_c}$  a no máximo 8,3 MPa.

### 3.4 MODEL CODE 2010 (CEB, 2010)

Mesmo não sendo uma norma oficial, o Model Code 2010 (CEB, 2010) possui bastante prestígio internacionalmente no meio acadêmico. O MC 10 baseou-se no modelo de Muttoni (2008), entretanto apresentando algumas adições.

O Model Code 2010 apresenta quatro níveis de aproximação para o cálculo da rotação da laje  $\psi$ , sendo o nível I o mais simplificado e o nível IV o mais refinado.

Tratando-se do nível I de aproximação, é mais adequado para casos de lajes dimensionadas com base em uma análise linear-elástica, sem significativa redistribuição dos esforços internos. Sendo assim, a rotação pode ser expressa pela equação (19).

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{\gamma_s \cdot E_s} \quad (19)$$

No qual  $\gamma_s$  é o coeficiente de minoração da resistência do aço, adotado no valor de 1,15.

Para nível II de aproximação, indicado para casos em que há redistribuição de esforços internos significante, utiliza-se a equação (20), cuja semelhança com o nível I é notória, entretanto há a adição da parcela  $(m_{sd}/m_{Rd})^{1,5}$ , no qual é  $m_{sd}$  é o momento solicitante obtido pela equação (21) (para pilares centrais) e  $m_{Rd}$  é o momento resistente da laje.

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{\gamma_s \cdot E_s} \cdot \left( \frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad (20)$$

$$m_{sd} = \frac{V_E}{8} \quad (21)$$

Onde  $V_E$  é a carga solicitante.

O nível III de aproximação é quando os parâmetros  $r_s$  e  $m_{sd}$  são calculados no modelo linear-elástico, para isso é substituído o coeficiente 1,5 da equação (20) por 1,2, portanto:

$$\psi = 1,2 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{\gamma_s \cdot E_s} \cdot \left( \frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad (22)$$

Por fim, o nível IV é adotado quando a rotação é calculada por meio de análise não linear, considerando o desenvolvimento de fissuras no concreto, efeito de “*tension stiffening*”, escoamento da armadura e qualquer outro efeito não linear.

Definida a rotação da laje, o MC 10 define o parâmetro  $k_\psi$ , relacionado à capacidade de transferência dos esforços através da fissura crítica, por meio do engrenamento dos agregados e a tração direta no concreto. O coeficiente  $k_\psi$  é dado pela equação (23).

$$k_\psi = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot k_{dg} \cdot \psi \cdot d} \leq 0,6 \quad (23)$$

No qual o parâmetro  $k_{dg}$  considera a dimensão do agregado e pode ser obtido através da equação (24).

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \quad (24)$$

Onde  $d_g$  é o diâmetro máximo do agregado graúdo.

Por fim, o MC 10 define a resistência à punção de lajes pela equação (25).

$$V_{Rc} = k_\psi \cdot \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \quad (25)$$

Onde  $\gamma_c$  é o coeficiente de minoração da resistência do concreto, sendo adotado 1,5 e  $d_v$  é a altura útil, que pode ser assumida como  $d$ .

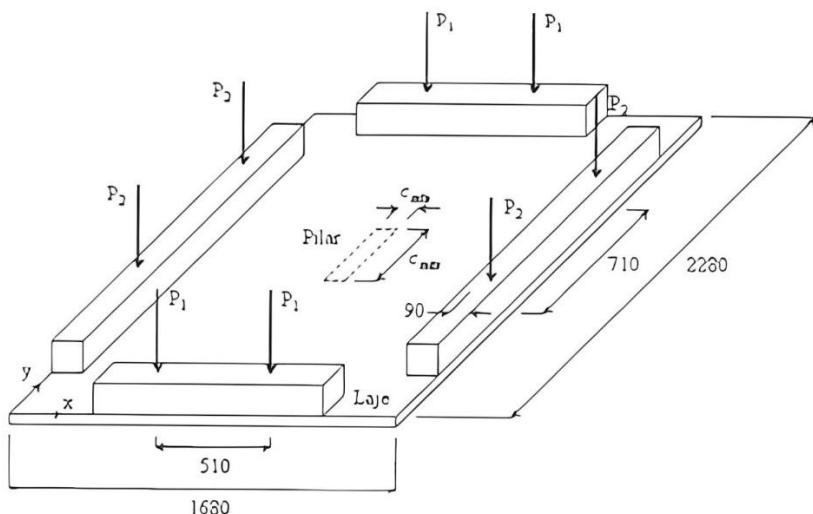
## 4 TRABALHOS REALIZADOS

Nesta seção serão apresentados três trabalhos relevantes encontrados que abordam lajes lisas de concreto armado submetidas à punção sem utilização de armadura de cisalhamento. Os demais três trabalhos trataram de investigações sobre a influência do engrenamento dos agregados em vigas. A escolha por tratar desses estudos de vigas, dá-se a ausência de literatura que trate desse parâmetro em lajes lisas.

### 4.1 Oliveira (2003)

Oliveira (2003) analisou 15 lajes lisas de concreto armado, as quais possuíam as mesmas dimensões e armadura de flexão, elas foram submetidas à carregamento nas bordas através de vigas metálicas e o objetivo foi observar o comportamento das lajes com a variação da posição do carregamento em relação às faces dos pilares, ou seja, a variação da resistência à punção com a resistência à flexão.

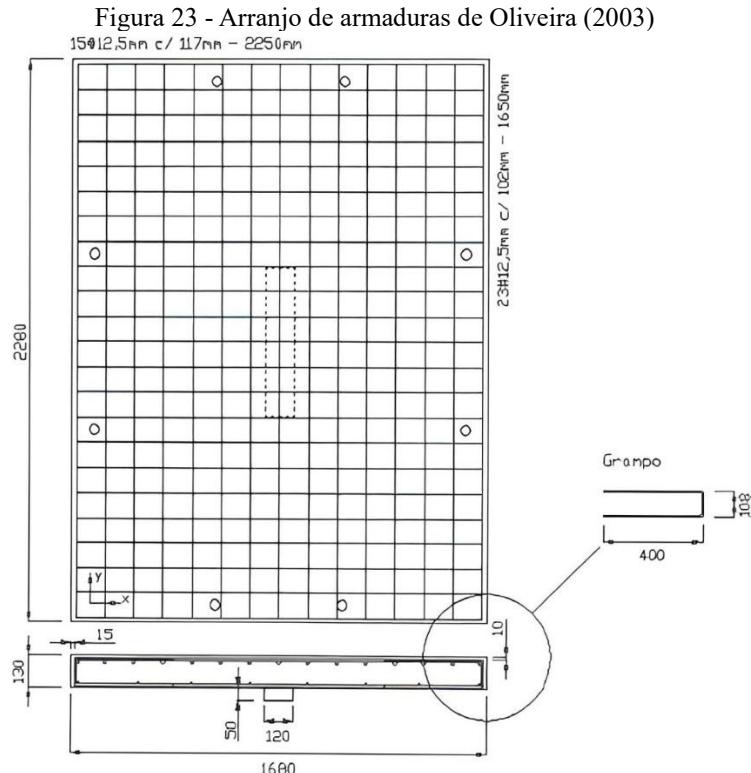
Figura 22 - Sistema de ensaio de Oliveira (2003)



Fonte: Oliveira (2003)

As lajes tinham dimensões de 1680mm e 2280mm, a taxa de armadura foi de aproximadamente 1,10%, cujo arranjo era constituído por 23 Ø 12,5 c/ 102mm ao longo do maior vão ( $l_y$ ) e 15 Ø 12,5 c/ 117mm ao longo do menor vão ( $l_x$ ). Do total de 15 lajes, cinco foram ensaiadas de forma bidirecional aplicando simultaneamente os carregamentos  $P_1$  e  $P_2$ , enquanto as demais dez, de forma unidirecional, somente um carregamento (ver Figura 22). A relação  $l_y/l_x$  variou de 0,96 a 1,27, de 1,22 a 1,57 e de 1,09 a 1,43 nas lajes com carregamento  $P_1$  (lajes “a”),  $P_2$  (lajes “b”) e com  $P_1$  e  $P_2$  (lajes

“c), respectivamente. A disposição das armaduras está ilustrada na Figura 23, enquanto as características das lajes ensaiadas estão contidas na Tabela 1.



Fonte: Oliveira (2003)

Tabela 1 - Características das lajes de Oliveira (2003)

Laje	d (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$f_{ys}$ (MPa)	$C_{mín}$ (mm)	$C_{máx}$ (mm)	Carregamento Aplicado	$P_u$ (kN)
L1a	107		57			120	$P_1$	234
L1b	108		59			120	$P_2$	322
L1c	107		59			120	$P_1$ e $P_2$	318
L2a	109		58			240	$P_1$	246
L2b	106		58			240	$P_2$	361
L2c	107		57			240	$P_1$ e $P_2$	331
L3a	108		56			360	$P_1$	241
L3b	107	1,10	60	750	120	360	$P_2$	400
L3c	106		54			360	$P_1$ e $P_2$	358
L4a	108		56			480	$P_1$	251
L4b	106		54			480	$P_2$	395
L4c	107		56			480	$P_1$ e $P_2$	404
L5a	108		57			600	$P_1$	287
L5b	108		67			600	$P_2$	426
L5c	109		63			600	$P_1$ e $P_2$	446

Fonte: Oliveira (2003)

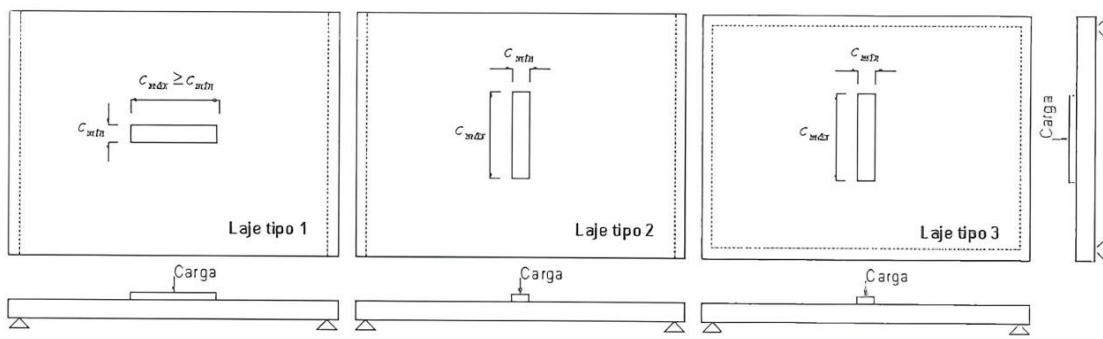
O autor pôde observar que, para as lajes bidirecionais (lajes “c”) e predominantemente nas unidireccionais tipo “a”, as armaduras de flexão apresentaram deformações acima do estabelecido para o escoamento das barras que haviam sido ensaiadas à tração, sendo mais elevadas quando comparadas às lajes “b”.

As lajes “a” apresentaram modo de ruptura misto de punção dentro de um regime característicos de uma ruptura por flexão. Ainda para esse tipo de laje, foi observado que nas lajes cujo índice de retangularidade era maior ou igual a 3, não se observou propagação da superfície de ruptura ao longo dos maiores lados dos pilares.

Para as lajes “b” e “c”, ocorreu a ruptura por punctionamento, com a superfície de ruptura contornando os pilares, à exceção das lajes L3b e L4b, cujas superfícies situaram-se em torno das extremidades dos pilares, indicando a ocorrência do fenômeno da polarização das forças cortantes.

Oliveira (2003) observou o aumento da resistência à punção com o acréscimo do índice de retangularidade, para as lajes “a” o ganho máximo foi de 23%, enquanto para as lajes “b” e “c” de 32% e 40%, respectivamente. Sendo assim, o autor apresentou uma proposta para tratamento de pilares retangulares, considerando o comportamento das lajes à flexão e a orientação dos pilares nas lajes. As lajes foram classificadas em três grupos (ver Figura 24) e para cada grupo foi proposto um fator de correção ( $\lambda$ ), a fim de melhorar as estimativas da norma MC 90 vigente na época, apresentando a equação (26). O autor obteve resultados significativamente melhores que os apresentados pela MC 90, eliminando a tendência que ela possuía de superestimar a resistência à punção de lajes lisas.

Figura 24 - Fator de correção à norma MC90 de Oliveira (2003)



$$\lambda = \left( \frac{c_{máx}}{d} \right)^{0,17}$$

$$\lambda = 0,93 \cdot \left( \frac{c_{máx}}{d} \right)^{0,14}$$

$$\lambda = 1,03 \cdot \left( \frac{c_{máx}}{d} \right)^{0,02}$$

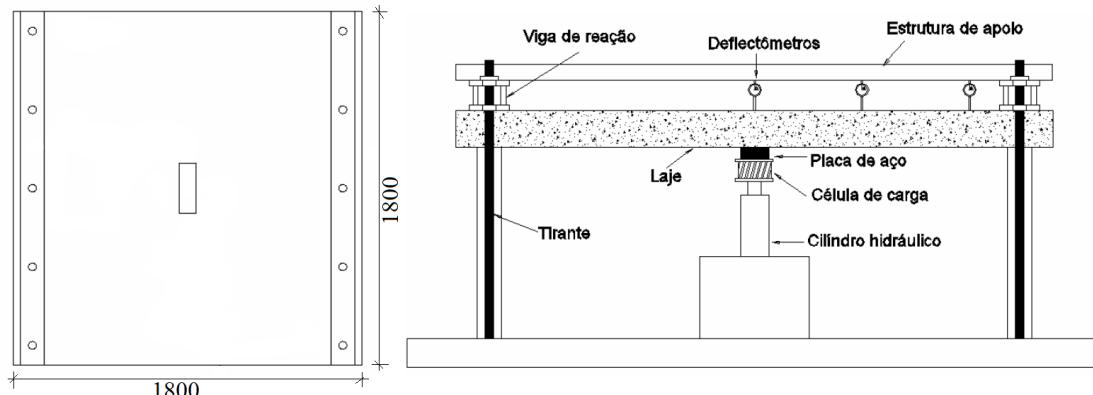
Fonte: Oliveira (2003)

$$V_{prop} = \frac{0,18}{\lambda} \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho \cdot f_c} \cdot d \cdot u_1 \quad (26)$$

#### 4.2 Carvalho (2006)

Carvalho (2006) promoveu uma investigação experimental de 10 lajes lisas unidireccionais de concreto armado dosado com metacaulim e concreto de alta resistência ( $f_{ck} = 60MPa$ ), submetidas a carregamento simétrico, a fim de avaliar a influência da variação do índice de retangularidade dos pilares e de armaduras de cisalhamento na resistência ao punctionamento. O carregamento foi aplicado em dois bordos paralelos através de vigas metálicas, conforme a Figura 25.

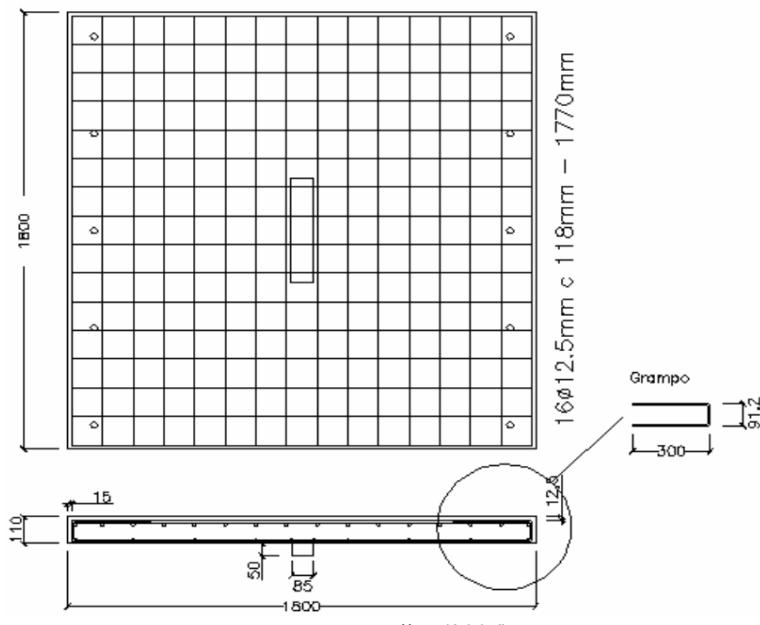
Figura 25 - Sistema de Ensaio de Carvalho (2006)



Fonte: Carvalho (2006)

As lajes possuíam dimensões de 1800x1800x110mm e índices de retangularidade iguais a 1, 3 e 5. A taxa de armadura à flexão foi fixada em 1,32%, cujo arranjo foi constituído por 16 Ø 12,5 c/ 118 mm (ver Figura 26). Quanto a armadura de cisalhamento escolhida, apenas sete das dez lajes possuíam (L4 à L10), compostas por estribos inclinados à 60° e utilizado Ø 6,3 mm. A Tabela 2 contém as características das lajes ensaiadas.

Figura 26 - Arranjo de armaduras de Carvalho (2006)  
 $16\phi 12.5\text{mm} \times 118\text{mm} = 1770\text{mm}$



Fonte: Carvalho (2006)

Tabela 2 - Características das Lajes de Carvalho (2006)

Laje	d (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$f_{ys}$ (MPa)	$C_{\min}$ (mm)	$C_{\max}$ (mm)	Armadura de Cisalhamento	$P_u$ (kN)
L1	85		52		85			185
L2	86		52		255		Não	226
L3	85		50		425			239
L4	85		59		85			233
L5	85		58		255			210
L6	85,5	1,30	55	530	85	425		280
L7	86		60		255		Sim	333
L8	85		55		425			305
L9	85,5		56		425			304
L10	85,5		57		425			320

Fonte: Carvalho (2006)

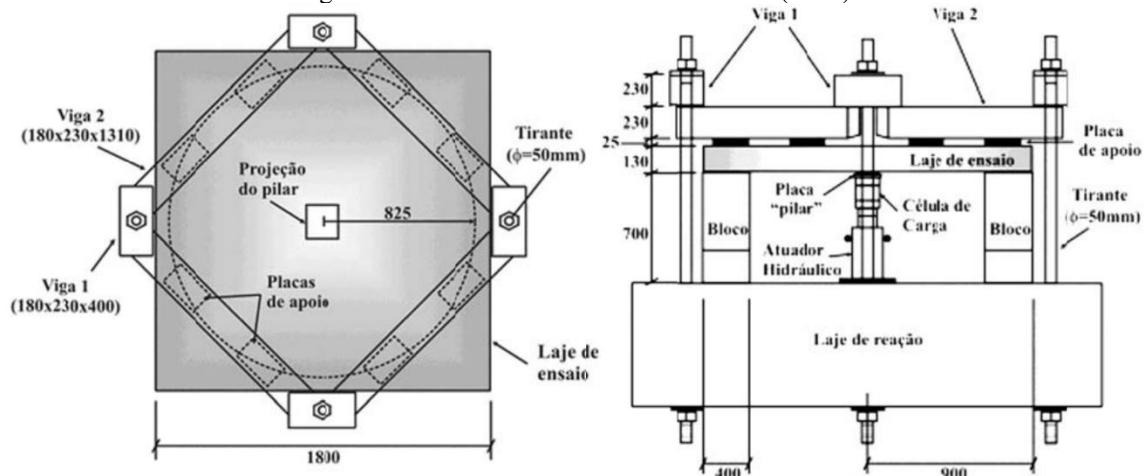
Carvalho (2006) observou que as lajes L1, L2 e L3, que não possuíam armadura de cisalhamento, a ruptura se deu por punção com cargas próximas as estimadas por flexão. As lajes L4, L5 e L6 obtiveram um ganho de ductilidade devido a adição dos estribos, mas somente as lajes L7, L8, L9 e L10 apresentaram mapas de fissuração características de rupturas por flexão, entretanto dentro de um regime de ruptura por punção, portanto foram classificadas com ruptura de flexo-puncionamento. A laje L1 se destacou por apresentar a maior inclinação da linha de ruptura, no valor de  $39^\circ$ , enquanto L2 e L3 apresentaram  $25^\circ$  e  $28^\circ$ , respectivamente. Quanto as lajes com armadura de cisalhamento, a inclinação ficou entre  $14^\circ$  e  $34^\circ$ .

Os resultados obtidos por Carvalho (2006) levarão o autor a conclusão de que o uso do concreto de alta resistência, bem como a utilização dos estribos, aumenta a resistência a punção. O aumento do índice de retangularidade também contribuiu para o acréscimo da resistência ao punctionamento.

#### 4.3 Costa *et al.* (2012)

Costa *et al.* (2012) estudaram 8 lajes cogumelos bidirecionais de concreto armado submetidas a carregamento central, sem armadura de cisalhamento, objetivando investigar a influência do índice de retangularidade do pilar. Foi utilizado um conjunto de oito vigas metálicas apoiadas em oito placas equidistantes, formando uma circunferência de 825 mm de raio, conforme Figura 27.

Figura 27 - Sistema de ensaio de Costa *et al.* (2012)



Fonte: Costa *et al.* (2012)

As lajes possuíam dimensões de (1800 x 1800 x 130) mm e índices de retangularidade variando entre 1 e 4. A taxa de armadura à flexão se manteve constante para todas as lajes, 1,40%, composta por 19 Ø 12,5 c/ 94 mm, ancoradas com ganchos de Ø 6,3 mm de diâmetro em forma de “U” em cada lado da laje. As características das lajes confeccionadas pelos autores constam na Tabela 3.

Tabela 3 - Características das lajes de Costa *et al.* (2012)

Laje	d (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$f_{ys}$ (MPa)	$C_{mín}$ (mm)	$C_{máx}$ (mm)	$C_{máx}/C_{mín}$	$P_u$ (kN)
L1	94		29		250	250	1,00	375
L2	93		29		230	270	1,17	390
L3	94		29		215	285	1,33	375
L4	90		29		200	300	1,50	395
L5	91	1,40	22	597	165	335	2,03	385
L6	91		22		125	375	3,00	350
L7	91		22		110	390	3,55	300
L8	94		22		100	400	4,00	270

Fonte: Costa *et al.* (2012)

Costa *et al.* (2012) puderam concluir que à medida que o índice de retangularidade aumentava, foi possível notar decréscimo nas resistências ao punctionamento e à flexão. Os autores identificaram que todas as lajes romperam por punção. Os autores avaliaram as estimativas das normas de projeto vigentes na época e sugeriram a utilização do parâmetro  $\mu$ , a fim de melhorar os resultados previstos pelos documentos. A Tabela 4 apresenta os valores de  $\mu$ , que depende do índice de retangularidade dos pilares, enquanto a equação (27) a recomendação da inserção do parâmetro.

$$V_{cal.ef} = \mu \cdot V_{cal.norma} \quad (27)$$

Tabela 4 - Valores do coeficiente de Costa *et al.* (2012)

$C_{máx}/C_{mín}$	$\mu$			
	ACI/02	CEB/91	EC2/01	NBR/03
1,00				
2,00		1,05		1,05
3,00	1,47		1,21	
4,00		0,90		
5,00			1,02	0,90

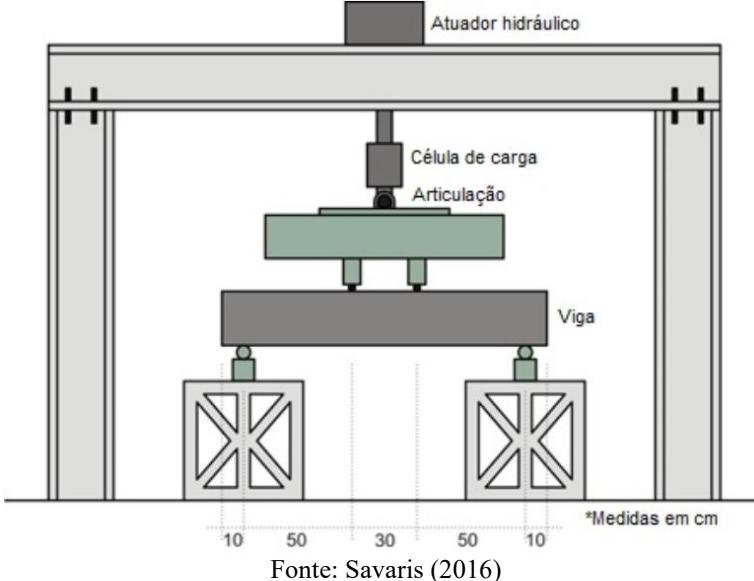
Fonte: Costa *et al.* (2012)

#### 4.4 Savaris (2016)

Savaris (2016) ensaiou 36 vigas de concreto armado submetidas a ensaio de flexão a quatro pontos, variando: a presença de armadura de transversal, diâmetro e volume de agregados graúdos, com finalidade de avaliar a influência destas variáveis na resistência ao cisalhamento. A Figura 28 ilustra o sistema de ensaio utilizado pelo autor, que consistia

em vigas, apoiadas sobre roletes de aço, distando 1300 mm entre si. Estas eram solicitadas por duas cargas concentradas, afastadas de 500 mm.

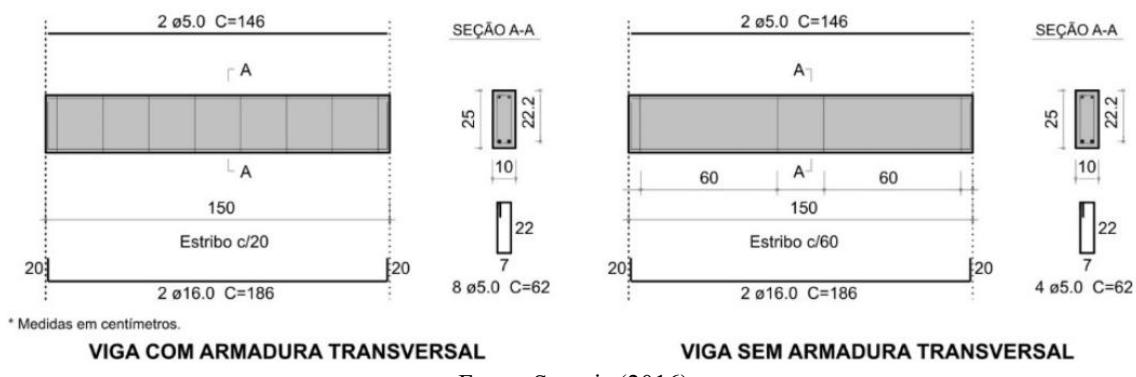
Figura 28 - Sistema de ensaio de Savaris (2016)



Fonte: Savaris (2016)

A vigas foram confeccionadas com dimensões de (100 x 250 x 1500) mm, dotadas de armadura longitudinal composta por duas barras de 16 mm de diâmetro, correspondendo a uma taxa de armadura igual a 1,61%. Das 36 vigas confeccionadas, 18 não possuíam armadura de transversal, enquanto as demais 18, foram fabricadas com estribos, com diâmetro de 5,0 mm, espaçados de 200 mm, resultando em uma taxa de armadura transversal igual a 0,195%.

Figura 29 – Armações das vigas ensaiadas por Savaris (2016)



Fonte: Savaris (2016)

Além das características citadas, o autor também promoveu variação na dosagem do concreto. Foram confeccionados dois tipos de concreto: convencional e autoadensável, para o convencional, realizou-se duas dosagens, sendo uma com diâmetro máximo do agregado igual a 19 mm e a outra igual a 9 mm. Já para o concreto autoadensável,

executou-se quatro dosagens, pois além de variar o diâmetro do agregado, optou-se por reduzir o volume dos mesmos em 30%. A fim de melhorar a compreensão, o autor nomeou as concreto convencional como CC, enquanto autoadensável de CA, bem como nomeou 19 mm de diâmetro do agregado de 1, já 9,5 mm de 0, por fim quanto ao volume tido como “normal” ou referência, foi denominado N e o reduzido R. A Tabela 5 contém as características das 18 vigas ensaiadas por Savaris (2016), estas sem armadura transversal, pois são mais relevantes para o escopo do presente trabalho.

Tabela 5 - Características das vigas de Savaris (2016)

<b>Grupo</b>	<b>d (mm)</b>	<b><math>\rho</math> (%)</b>	<b><math>f_c</math> (MPa)</b>	<b><math>f_{ys}</math> (MPa)</b>	<b><math>V_u</math> (kN)</b>
CC1	222	1,61%	40,0		38,0
			39,9	538	40,0
			40,0		43,2
CC0	222	1,61%	43,2		38,8
			40,5	538	38,6
			41,6		38,4
CA1N	222	1,61%	42,3		36,8
			45,3	538	36,5
			46,1		39,3
CA0N	222	1,61%	44,6		32,9
			42,2	538	30,9
			44,2		31,8
CA1R	222	1,61%	48,6		38,1
			48,1	538	36,9
			47,4		39,9
CA0R	222	1,61%	45,5		33,5
			45,5	538	39,9
			45,3		35,2

Fonte: Savaris (2016)

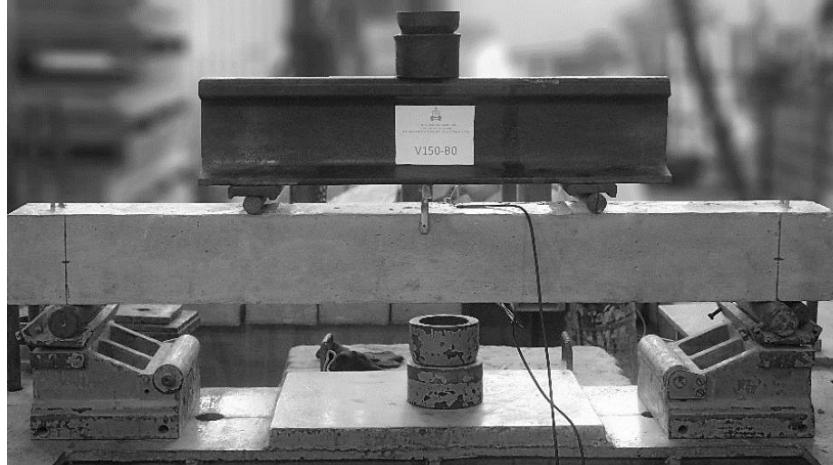
Savaris (2016) concluiu que os concretos convencionais apresentaram carga cortante última superior aos concretos autoadensáveis, em média 18% maiores, evidenciando que a redução da granulometria e volume dos agregados, somados, acarretam a redução do engrenamento dos agregados.

#### 4.5 Costa (2022)

Costa (2022) avaliou os resultados de 11 vigas de concreto armado submetidas a ensaio de flexão a quatro pontos, nos quais optou-se por variáveis: altura da viga,

comprimento da viga, tipo e diâmetro dos agregados, com intuito de instigar a as mudanças que ocorreriam no engrenamento dos agregados. A Figura 30 exibe o sistema de ensaio da autora, consistindo em vigas bi apoiadas submetidas a duas cargas concentradas afastadas de 570 mm.

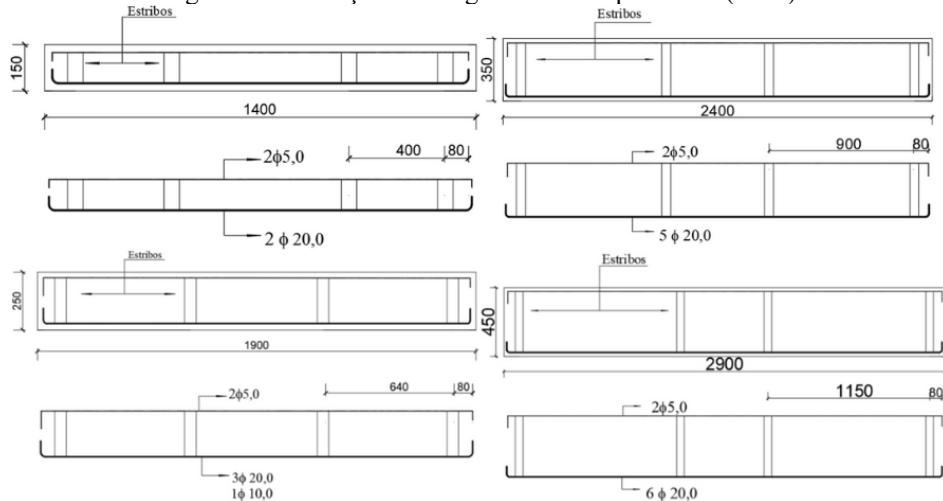
Figura 30 - Sistema de ensaio de Costa (2022)



Fonte: Costa (2022)

As 11 vigas foram dispostas em quatro grupos, de acordo com a altura da viga: o grupo 1 com 150 mm, grupo 2 com 250 mm, grupo 3 com 350mm e por fim, grupo 4 com 450mm, para todos os grupos a largura  $b_w$  das vigas foi fixado em 150 mm. Além das alturas, o comprimento das vigas variou de 1400 mm, 1900 mm, 2400 mm e 2900 mm para os grupos 1, 2, 3 e 4 respectivamente, sendo assim a autora também pôde variar a relação  $a/d$ , que relaciona a distância do apoio ao ponto de aplicação da carga ( $a$ ) e altura útil ( $d$ ). A taxa de armadura também variou de 3,6%, 3,8%, 3,8% e 3,4% para os grupos 1, 2, 3 e 4.

Figura 31 - Armações das vigas ensaiadas por Costa (2022)



Fonte: Costa (2022)

Em adição às características geométricas descritas acima, Costa (2022) alterou a dosagem dos concretos. A autora elaborou três traços, nos quais o traço S foi confeccionado com seixo rolado de diâmetro máximo 19mm, traço B0 de brita com diâmetro máximo 12,5mm e B1 de brita com diâmetro máximo 19mm. Costa (2022) optou por definir um traço piloto de 1: 1,7: 2,3: 0,55, em seguida reduziu o teor de agregados graúdo em 30% e fixou esta quantidade, com intuito de avaliar o quanto esta redução afetaria no engrenamento dos agregados. Costa (2022) comenta que, devido a problemas experimentais, a viga de 350mm de altura confeccionada com traço B1 não foi possível obter seus resultados, por isso o número de 11 vigas. A Tabela 6 resume as características das vigas produzidas no programa experimental, bem como as cargas de ruptura observadas.

Tabela 6 - Características das vigas de Costa (2022)

Grupo	Vigas	$b_w$ (mm)	$l$ (mm)	$h$ (mm)	$\frac{l}{h}$	$\rho$ (%)	$d_{máx}$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$f_{ys}$ (MPa)	$P_u$ (kN)
1	V150 S						19,0	21		61,6
	V150 B0	150	1400	150	8,0	3,6%	12,5	22	600	64,6
	V150 B1						19,0	25		57,0
2	V250 S						19,0	21		86,4
	V250 B0	150	1900	250	6,8	3,8%	12,5	22	600	90,4
	V250 B1						19,0	25		86,1
3	V350 S						19,0	21		93,0
	V350 B0	150	2400	350	6,3	3,8%	12,5	22	600	120,3
4	V450 S						19,0	21		143,7
	V450 B0	150	2900	450	6,0	3,4%	12,5	22	600	148,6
	V450 B1						19,0	25		177,8

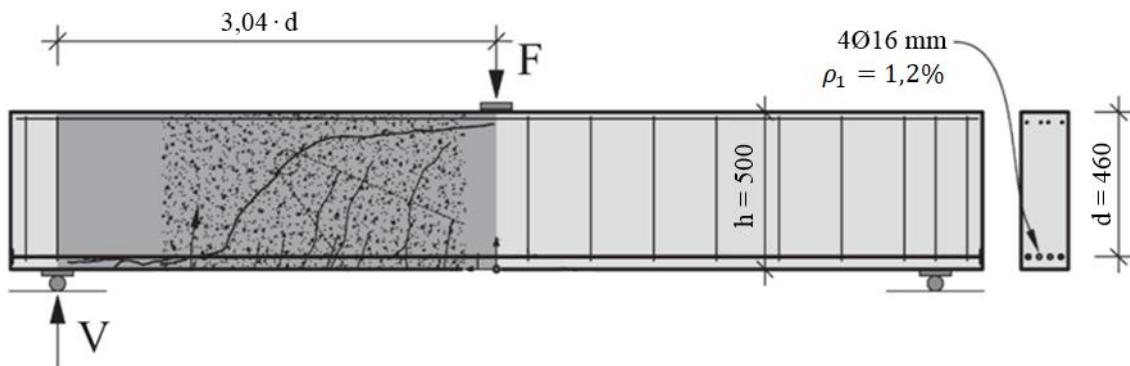
Fonte: Costa (2022)

Costa (2022) concluiu que a variação realizada na altura das vigas e seu comprimento (relação  $l/h$ ), apesar de ter sido pequena, entre 6 e 8, já foi possível observar mudanças de comportamento das vigas, no momento da ruptura. No tocante ao tipo de agregado empregado, a autora observou maiores mudanças no desempenho das vigas ao alterar esse parâmetro, ou seja, variando os diâmetros e natureza do agregado, no qual as vigas dosadas com brita obtiveram níveis de tenacidade mais elevados que o seixo, assim como o diâmetro máximo de 12,5 mm sempre apresentou resultados intermediários. No quesito proporção de agregados (teor), a redução de 30% efetuada não foi suficiente para afetar a resistência ou dar indicativos de comportamento diferentes do esperado, pois ficaram dentro da faixa tolerável de erro, em torno de 10%.

#### 4.6 Huber *et al.* (2019)

Huber *et al.* (2019) investigaram os resultados de 10 vigas de concreto armado submetidos a ensaio de flexão a três pontos, as variáveis escolhidas foram: volume de agregados na mistura do concreto, quantidade de cimento e o tipo do cimento, logo, o intuito era avaliar as mudanças que ocorreriam no engrenamento dos agregados na resistência última de cisalhamento. A Figura 32 expõe o sistema de ensaio elaborado pelos autores, baseado em vigas bi apoiadas submetidas a uma carga pontual central.

Figura 32 - Sistema de ensaio de Huber *et al.* (2019)



Fonte: Huber *et al.* (2019)

As vigas ensaiadas possuíam características geométricas fixadas, ou seja: a seção transversal escolhida foi de (150 x 500) mm e taxa de armadura igual a 1,16%, constituída de 4 barras de 16 mm de diâmetro (ver Figura 32). A proposta dos autores era estudar as mudanças experimentadas pela variação na dosagem do concreto, para tal, foram confeccionadas 6 dosagens, nas quais duas de concreto convencional (NC), com volume de agregados (teor) equivalente a 40%, já as demais dosagens de concreto autoadensável (SCC), cujo teor de agregados foi de 33%. Além do volume de agregados, a quantidade de cimento foi outra variável, sendo: 300 kg/m<sup>3</sup> em 3 dosagens, e 270 kg/m<sup>3</sup>, 340 kg/m<sup>3</sup>, 380 kg/m<sup>3</sup> com uma dosagem cada. A última variável escolhida foi o tipo de cimento, onde 5 misturas utilizaram cimento CEM-52,5 e apenas uma o CEM 42,5. A Tabela 7 apresenta as características das vigas ensaiadas por Huber *et al.* (2019), atrelando sua carga de ruptura.

Tabela 7 - Características das vigas de Huber *et al.* (2019)

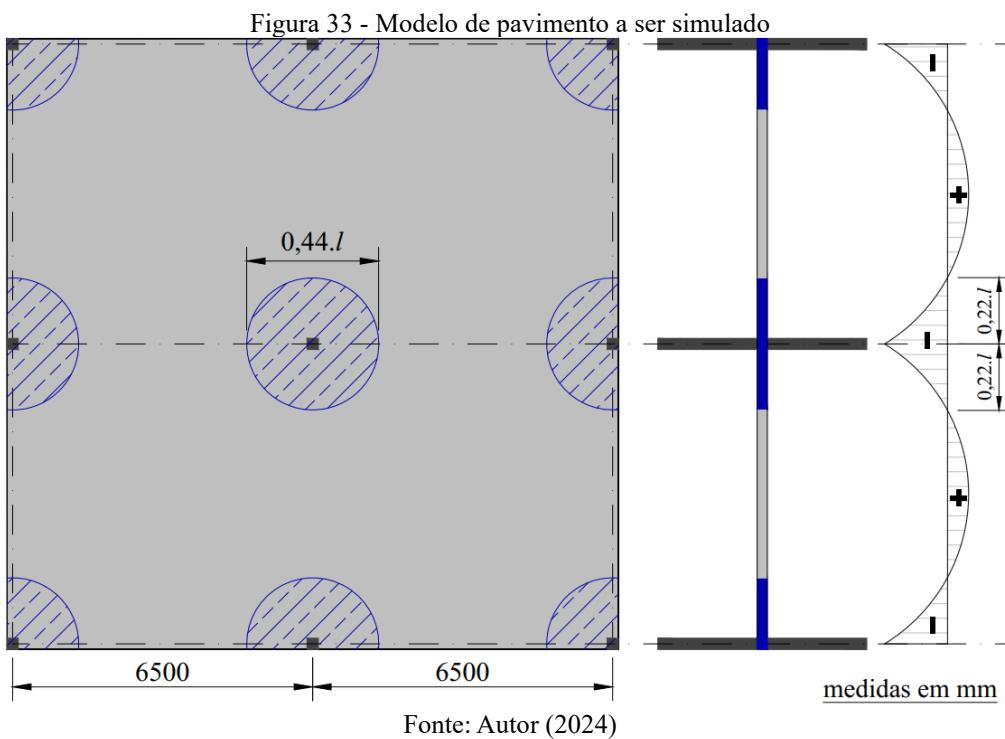
<b>Dosagem</b>	<b>Vigas</b>	<b>b (mm)</b>	<b>d (mm)</b>	<b>ρ (%)</b>	<b>f<sub>c</sub> (MPa)</b>	<b>P<sub>u</sub> (kN)</b>
NC300-52.5	B1	150	500	1,16	47,5	83,01
NC300-42.5	B1	150	500	1,16	39,4	76,35
SCC300-52.5	B1	150	500	1,16	56,7	71,39
	B2				56,7	82,84
SCC270-52.5	B1	150	500	1,16	42,5	81,78
	B2				42,5	71,12
SCC340-52.5	B1	150	500	1,16	51,0	75,56
	B2				51,0	56,87
SCC380-52.5	B1	150	500	1,16	63,9	72,61
	B2				63,9	85,87

Fonte: Huber *et al.* (2019)

Huber *et al.* (2019) concluíram que a contribuição do engrenamento dos agregados é totalmente depende do padrão de fissuração experimentada pela viga, visto que os espécimes que apresentaram fissuras mais íngremes, a contribuição dos agregados fora maior. No tocante à redução no volume de agregados em 7%, do concreto convencional e autoadensável, os autores não notaram influência na resistência última ao cisalhamento.

## 5 PROGRAMA EXPERIMENTAL

O programa experimental foi constituído de 6 lajes lisas bidirecionais de concreto armado, sem a utilização de armaduras de cisalhamento. As lajes confeccionadas simulam uma região em torno de um pilar central, pertencente a um pavimento de edificação, no qual se utiliza o sistema de laje lisa, para isso será utilizada uma escala de 1:2, representando um vão ( $l$ ) de aproximadamente 6500 mm e, tendo em vista que, segundo o Model Code 10 (CEB, 2010), os momentos nulos se desenvolvem em uma região de raio  $0,22 \cdot l$ , conforme Figura 33.



### 5.1 Características dos Modelos

Em conformidade com o modelo a ser simulado, considerando uma escala de 1:2, as 6 lajes possuem dimensões de (1400 x 1400) mm, divididas em dois grupos de três lajes cada um: o primeiro grupo (lajes S90) com espessura de 90 mm, representando uma razão vão/espessura igual a 35; o segundo grupo (lajes S120) fora confeccionado com espessura de 120 mm, ou seja, vão/espessura igual a 27. As lajes foram submetidas a um carregamento concentrado no centro da superfície inferior, aplicado através de uma placa metálica, replicando um pilar com dimensões de (120 x 120) mm. As taxas de armadura

à flexão, definidas segundo equação (28), foram distintas para os dois grupos, sendo 1,48% e 0,65% para as lajes S90 e S120, respectivamente. A Tabela 8 resume as características das lajes e Figura 34 a planta de fôrma das lajes. Além da espessura da laje, outro parâmetro analisado foi o teor de agregados graúdos na composição do concreto, para cada grupo de lajes, foi avaliado uma variação de  $\pm 50\%$  no teor dos agregados, ou seja, a quantidade de agregados utilizada como referência foi denotada 100%, enquanto a quantidade reduzida e aumentada simbolizada como 50% e 150%, respectivamente.

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \quad (28)$$

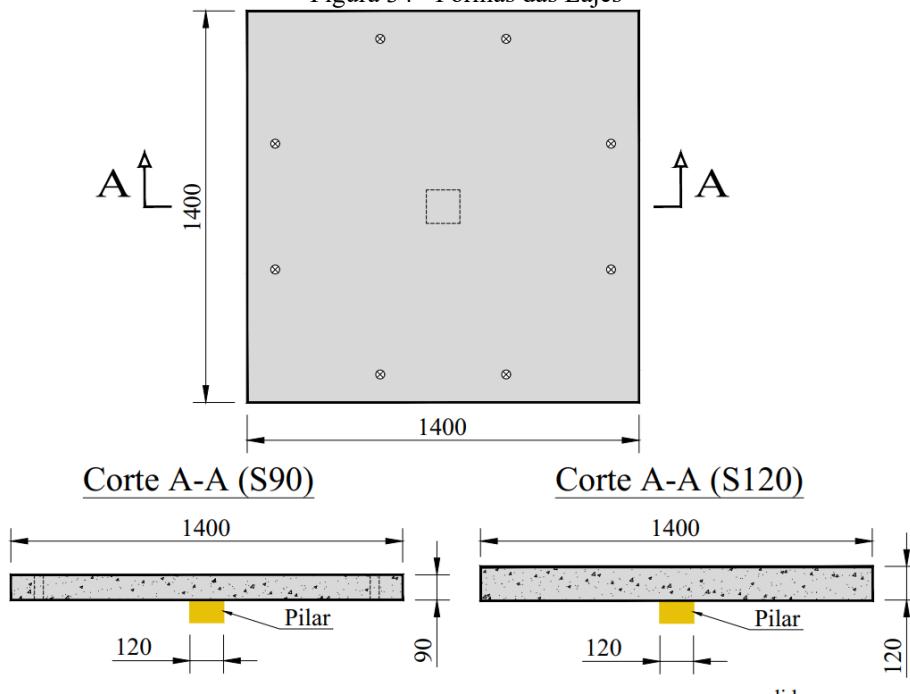
Onde  $A_s$  é a área da seção transversal de armadura de flexão.

Tabela 8 - Características das lajes

Laje	$l$ (mm)	$l/h$	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	Teor de Agregado (%)
S90-50					50
S90-100		35	65	1,48	100
S90-150					150
S120-50	1400				50
S120-100		27	95	0,65	100
S120-150					150

Fonte: Autor (2024)

Figura 34 - Fôrmas das Lajes

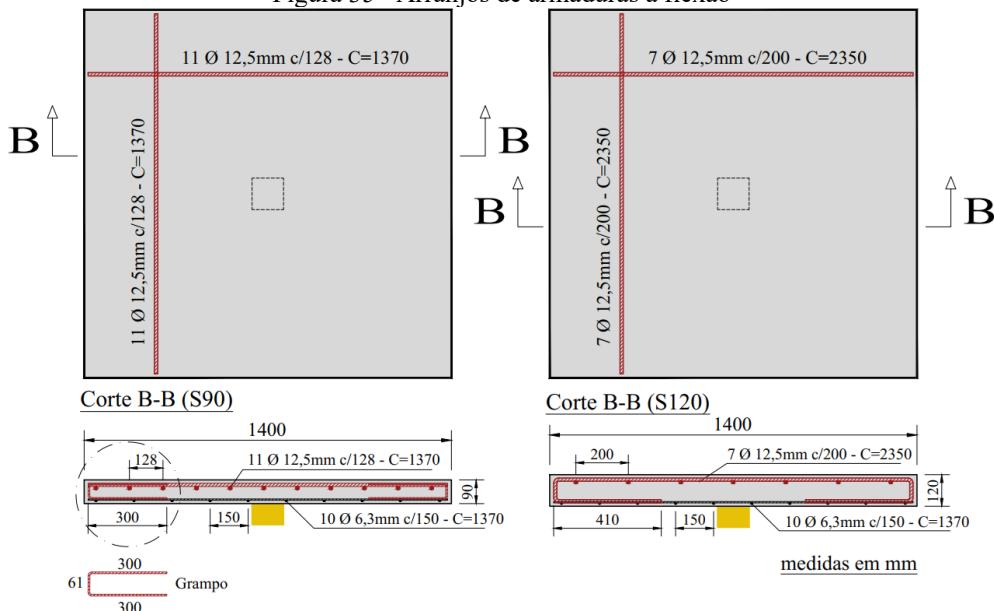


Fonte: Autor (2024)

## 5.2 Armadura de Flexão

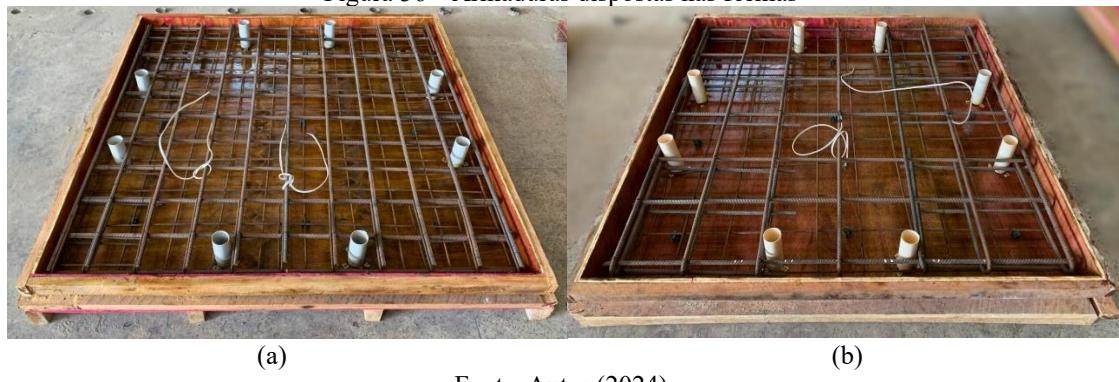
As lajes S90 contam com armadura de flexão composta por 11 Ø 12,5 c/ 128 mm, enquanto as lajes S120 possuem 7 Ø 12,5 c/ 200 mm, ambas posicionadas na face superior nas duas direções e ancoradas nas bordas das lajes. A diferença na armação das lajes foi imposta a fim de que as cargas de ruptura à flexão de ambos os grupos se equivalsessem, a previsão desta ruptura por flexão fora abordada no item 6.7 do presente trabalho. Quanto à armadura de distribuição disposta na face inferior, foi constituída por 10 Ø 6,3 c/ 150 mm. O cobrimento na face superior foi de 12,5 mm, nas laterais de 15 mm, enquanto a face inferior de 10 mm, resultando em uma altura útil de 65 mm para as lajes S90 e 95 mm para as S120. A Figura 35 demonstrou os arranjos de armaduras à flexão utilizados para os dois grupos de lajes, enquanto a Figura 36 apresentou o arranjo das armações nas fôrmulas das lajes, sendo (a) para as lajes S90 e (b) lajes S120.

Figura 35 - Arranjos de armaduras à flexão



Fonte: Autor (2024)

Figura 36 – Armaduras dispostas nas fôrmulas



Fonte: Autor (2024)

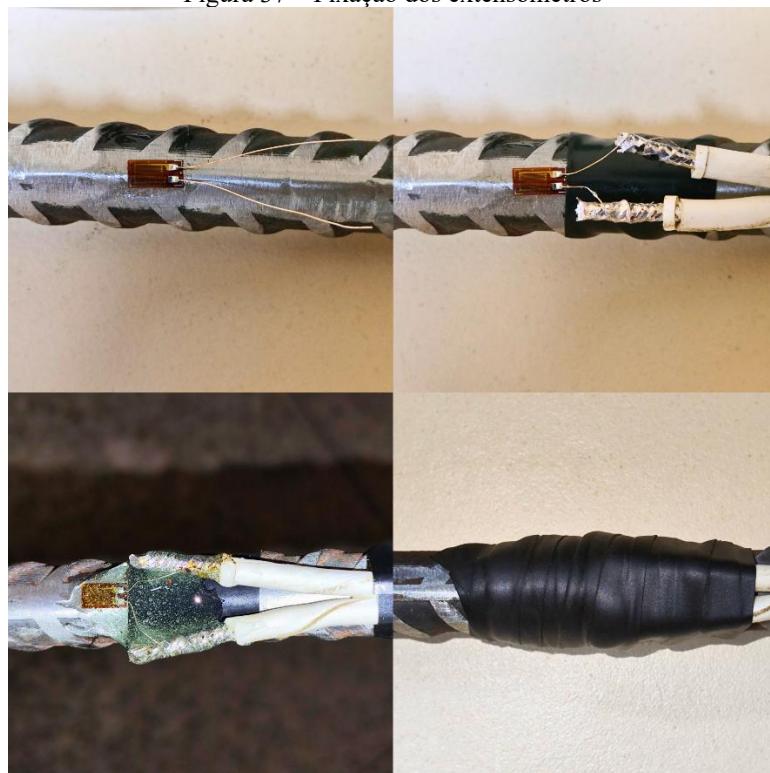
## 5.3 Instrumentação

As lajes foram instrumentadas de maneira semelhante, desta forma possibilitando realizar uma análise comparativa entre os resultados. As deformações do concreto e das armaduras foram medidas através de extensômetros de resistência elétrica (EER), enquanto os deslocamentos verticais monitorados por meio de réguas potenciométricas. Os equipamentos foram instalados em pontos específicos destinando descrever o comportamento da laje à medida que se submetia o carregamento controlado e crescente.

### 5.3.1 Armadura de Flexão

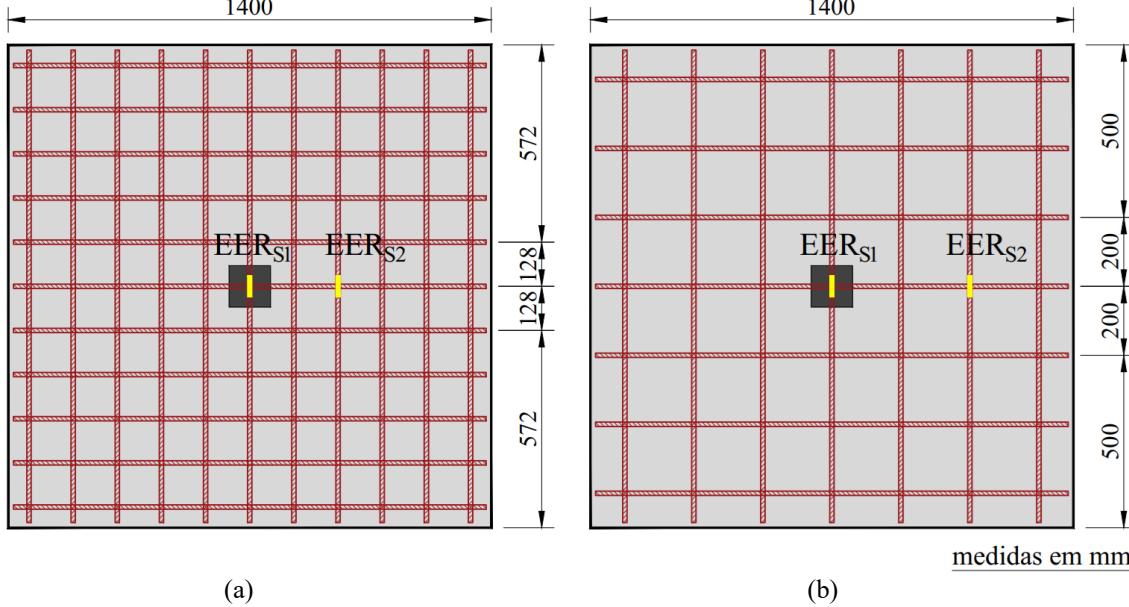
As deformações nas armaduras de flexão foram obtidas através de extensômetros elétricos de resistência, confeccionados pela marca Excel Sensores, modelo PA-06-125AA-120L, cujas dimensões são de (3,18 x 3,18) mm. A fixação fora realizada na superfície lateral, na seção média das barras (ver Figura 37) em duas barras da armadura de flexão, conforme Figura 38, onde a) representa as lajes S90 e b) as S120. A escolha da região próxima do pilar se deve à grande concentração de tensões da região.

Figura 37 – Fixação dos extensômetros



Fonte: Autor (2024)

Figura 38 - Localização dos extensômetros nas armaduras de flexão  
1400

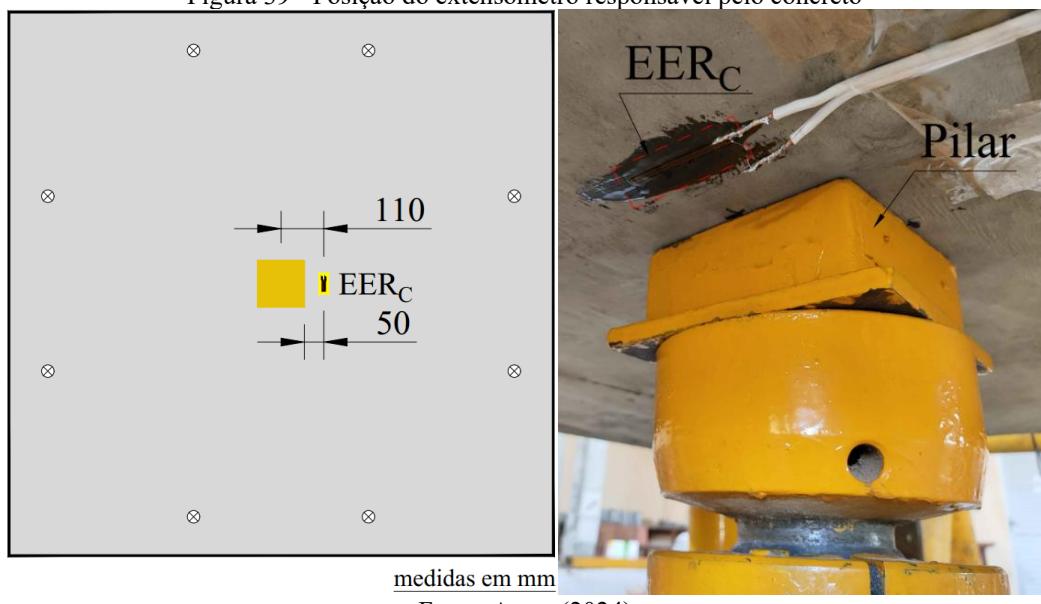


Fonte: Autor (2024)

### 5.3.2 Concreto

Assim como realizado nas armaduras de flexão, as deformações do concreto também foram obtidas pelos extensômetros elétricos da Excel Sensores, entretanto do modelo PA-06-201BA-120L, cujas dimensões são de (51,1 x 2,03) mm. A fixação fora realizada na face inferior das lajes (região comprimida), distante 50 mm da face do pilar que, de acordo com o Model Code 10 (CEB, 2010), está dentro da região da elevada concentração de tensões.

Figura 39 - Posição do extensômetro responsável pelo concreto

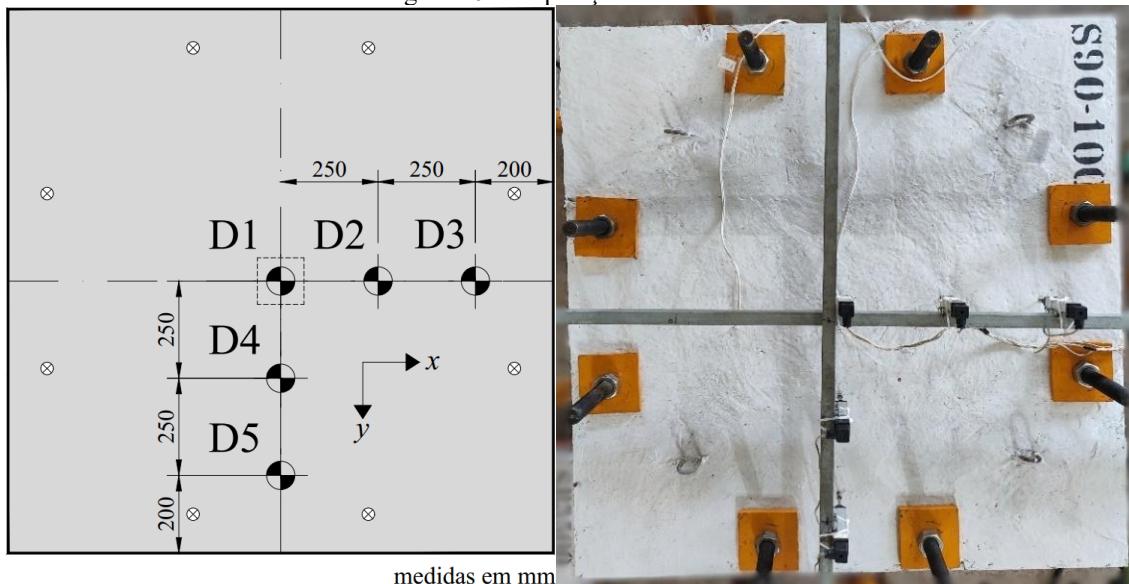


Fonte: Autor (2024)

### 5.3.3 Deslocamentos Verticais

Os deslocamentos verticais foram monitorados através de transdutores lineares de posição ou *Linear Variable Differential Transformers* (LVDT), também conhecidos por réguas potenciométricas, fabricados pela empresa Sonseiko Senser, modelo KTR-100 mm, cuja precisão é de 0,001 mm. As flechas foram monitoradas em cinco pontos posicionados simetricamente a partir do centro das lajes, logo verificando o comportamento das lajes nas duas direções.

Figura 40 - Disposição dos LVDT's



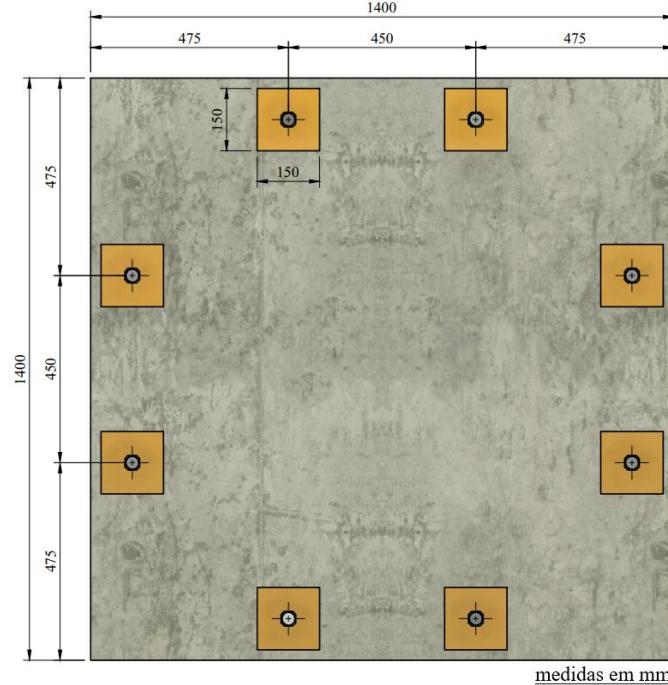
Fonte: Autor (2024)

## 5.4 Sistema de Ensaio

As lajes foram ensaiadas no Laboratório de Estruturas (LABEST), pertencente à Universidade Federal do Pará (UFPa). O sistema foi apoiado em ambas as extremidades das lajes (bidirecionais) por meio de chapas metálicas, de dimensões (150 x 150 x 20) mm, e tirantes. O punctionamento foi simulado com aplicação de carga concentrada vertical em uma placa metálica de (120 x 120 x 50) mm na parte inferior da laje. O carregamento foi conduzido por um cilindro hidráulico da marca ENERPAC, modelo HCG1008, de 200 mm de curso, de comando elétrico e com capacidade de carga 1000 kN. A fim de mensurar a intensidade do carregamento, utilizou-se uma célula de carga da marca Alfa Instrumentos, modelo 0002707 C-100T fabricada em aço niquelado, com capacidade de 1000 kN e precisão de 1 kN. Adotou-se passos de cargas de 0,5 kN,

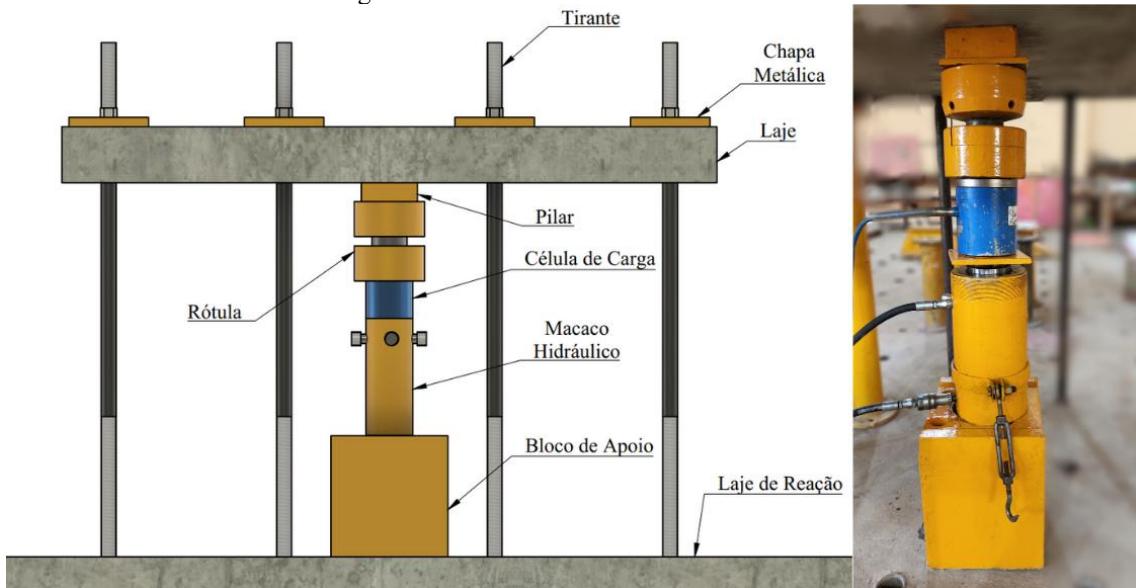
obtendo-se um número satisfatório de leituras. As Figura 41, Figura 42 e Figura 43 ilustram os detalhes do sistema de ensaio.

Figura 41 - Sistema de ensaio - Vista superior



Fonte: Autor (2024)

Figura 42 - Sistema de ensaio - Vista Frontal



Fonte: Autor (2024)

Figura 43 - Sistema de ensaio - Vista em perspectiva



Fonte: Autor (2024)

Montado o sistema de ensaio, bem como posicionadas as réguas potenciométricas, os dados do ensaio, sendo eles: deformações do concreto e armaduras, deslocamentos verticais e carga aplicada, foram adquiridos através do equipamento ALMEMO®, com auxílio de um notebook, conforme Figura 44.

Figura 44 – Aquisição de dados



Fonte: Autor (2024)

## 5.5 Dosagem do Concreto

A moldagem das 6 lajes fora realizada com concreto produzido *in loco*, entretanto utilizou-se 3 dosagens distintas, variando a o teor de agregados presente na mistura, todavia estabeleceu-se parâmetros a serem constantes em todas as dosagens, sendo: fator água/cimento (igual a 0,45) e resistência à compressão ( $f_c$ ), este buscou-se fixar em 30 MPa.

### 5.5.1 Dosagem de referência - Teor 100%

A dosagem de referência, nomeada como Teor de 100%, teve um traço de 1:5 (1: $m$ ), sendo  $m$  a relação dos agregados secos na massa de cimento. Adotou-se uma relação água/cimento igual a 0,45 e esta quantidade foi fixada para as demais dosagens. O teor de argamassa da mistura foi definido como 55%, sendo assim o traço obtido foi de 1: 2,30: 2,70: 0,45. Somado as quantidades de cimento, agregados e água, também se fez uso de aditivo superplastificante, a fim de melhorar a trabalhabilidade do concreto, o utilizado foi o MC-PowerFlow 1180 e sua dosagem foi de 1,10% em relação a massa de cimento. O traço gerou a quantidade de material apresentada na Tabela 9 para a confecção de 1 m<sup>3</sup> de concreto.

Tabela 9 – Quantidade de materiais para produção de 1m<sup>3</sup> de concreto – Teor 100%

Dosagem	Cimento (kg)	Areia Natural (kg)	Brita 1 (kg)	Água (kg)	Aditivo (kg)
Teor 100%	414,2	952,7	1118,3	186,4	4,6
<b>Traço Unitário</b>	1	2,3	2,7	0,45	1,10%

Fonte: Autor (2024)

Definida a quantidade de material para produção de 1 m<sup>3</sup>, optou-se pela produção de apenas 0,5 m<sup>3</sup> de concreto, visto que essa quantidade seria suficiente para confecção de uma laje S90, uma S120, bem como a moldagem dos corpos de prova para caracterização do concreto. A Tabela 10 contém as quantidades reais de materiais utilizadas na dosagem do Teor de 100% de brita.

Tabela 10 – Quantidade de materiais utilizadas para o Teor 100%

Dosagem	Cimento (kg)	Areia Natural (kg)	Brita 1 (kg)	Água (kg)	Aditivo (kg)
Teor 100%	207,1	476,3	559,2	93,2	2,3
<b>Traço Unitário</b>	1	2,3	2,7	0,45	1,10%

Fonte: Autor (2024)

### 5.5.2 Dosagem – Teor 50%

Definida a dosagem para o Teor de 100%, optou-se por reduzir a quantidade de brita 1 em 50%, entretanto mantendo a proporção de cimento e areia intactos, bem como a relação água/cimento. A escolha visa a manutenção da resistência à compressão na

dosagem, visto que esse parâmetro é regido pelas variáveis citadas acima, logo, o traço obtido foi de 1: 2,30: 1,35: 0,45, este foi nomeado Teor 50% pela redução na quantidade de agregado graúdo. O teor de argamassa da mistura subiu para 71%, logo o concreto ficou melhor trabalhável, o que reduziu o consumo de aditivo para 0,74%. Devido à redução na quantidade de brita, foi necessário utilizar-se de mais cimento e areia para produção dos mesmos 0,5 m<sup>3</sup> de concreto necessários para a dosagem, entretanto manteve-se a proporção do traço. A Tabela 11 apresenta as quantidades de materiais utilizadas.

Tabela 11 – Quantidade de materiais utilizadas para o Teor 50%

Dosagem	Cimento (kg)	Areia Natural (kg)	Brita 1 (kg)	Água (kg)	Aditivo (kg)
Teor 50%	229,3	527,3	309,5	103,2	1,7
<b>Traço Unitário</b>	1	2,3	1,35	0,45	0,74%

Fonte: Autor (2024)

### 5.5.3 Dosagem – Teor 150%

Por fim, na Dosagem nomeada Teor 150%, optou-se por aumentar em 50% a quantidade de brita 1 em relação ao Teor de 100%, logo o traço obtido foi de 1: 2,30: 4,05: 0,45. Semelhante à metodologia da Dosagem Teor 50%, as proporções de cimento e areia, assim como a relação água/cimento, foram fixadas, objetivando a constância na resistência à compressão do concreto. O teor de argamassa sofreu redução para 45%, necessitando de uma maior dosagem de aditivo para trabalhabilidade do concreto, utilizando-se 2,28%. Com aumento na quantidade de brita, foi preciso uma menor quantidade de cimento e areia para produção dos 0,5 m<sup>3</sup> de concreto. Vale ressaltar que a escolha por variar a quantidade de brita na mistura deu-se ao objetivo do estudo, avaliar a influência do agregado graúdo, ou seja, do engrenamento dos agregados, na resistência da laje ao punctionamento. A Tabela 12 expõe as quantidades de materiais utilizadas.

Tabela 12 – Quantidade de materiais utilizadas para o Teor 150%

Dosagem	Cimento (kg)	Areia Natural (kg)	Brita 1 (kg)	Água (kg)	Aditivo (kg)
Teor 150%	155,3	357,1	628,8	69,9	3,5
<b>Traço Unitário</b>	1	2,3	4,05	0,45	2,28%

Fonte: Autor (2024)

### 5.5.4 Cimento

Todas as dosagens fizeram uso dos mesmos materiais. O cimento escolhido foi o CP II-E 32, ou seja, cimento Portland composto com escória granulada de alto forno, com classe de resistência 32 MPa, do fabricante Poty, disponível na região metropolitana de Belém-Pa. Um resumo das características do material utilizado, constou na Tabela 13, esses dados foram extraídos da NBR 16697 (ABNT, 2018).

Tabela 13 – Características do cimento CP II-E 32

Designação Normalizada	Clínquer + Sulfatos de Cálcio (%)	Escória granulada de alto-forno (%)	Material pozolâni co (%)	Material carbonático (%)
Cimento Portland composto com escória granulada de alto forno	51-94	6-34	0	0-15

Fonte: ABNT (2018)

### 5.5.5 Agregados

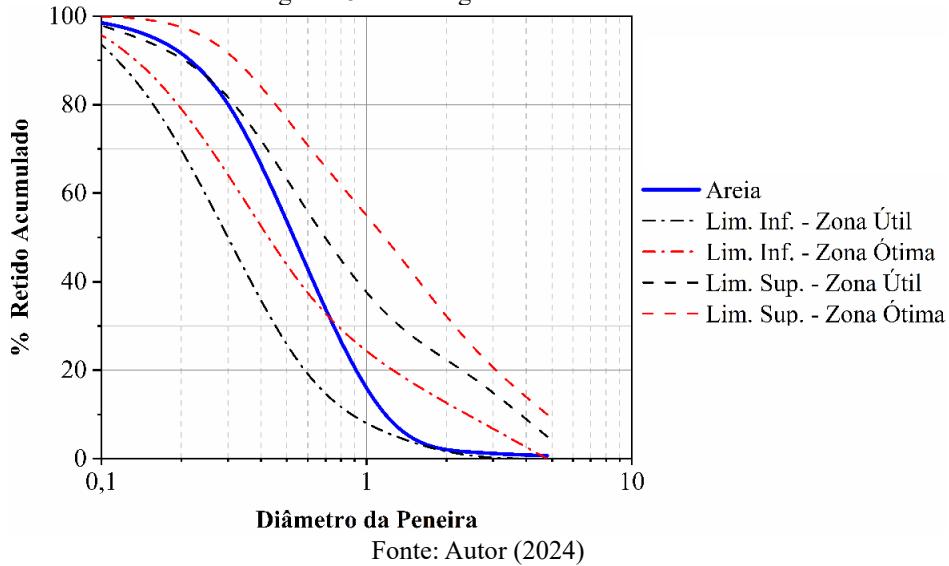
O agregado miúdo utilizado foi areia natural de rio de granulometria fina, amplamente comercializada na região metropolitana de Belém-Pa. A Tabela 14 apresentou algumas características da areia utilizada, enquanto a distribuição granulométrica expôs-se na Figura 45, os dados foram avaliados de acordo com a NBR 7211 (ABNT, 2022).

Tabela 14 – Características da areia utilizada

Características	Resultado
Diâmetro máximo	4,75 mm
Módulo de finura	2,30
Massa específica	2,645 g/cm <sup>3</sup>

Fonte: Autor (2024)

Figura 45 – Curva granulométrica - Areia



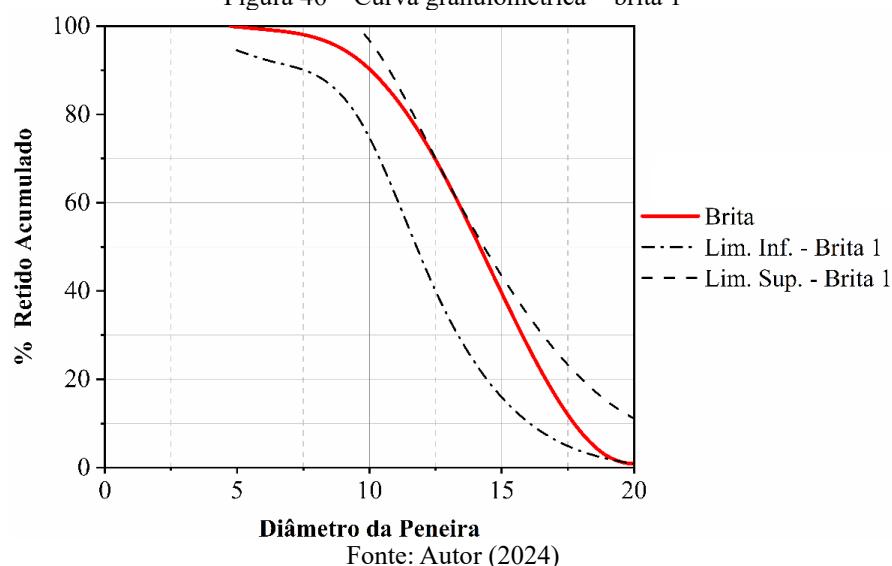
O agregado graúdo escolhido foi o proveniente da britagem de rochas graníticas com diâmetro máximo 19 mm, comumente conhecida como brita 1. A Tabela 15 exprimiu algumas características da brita utilizada e a Figura 46 ilustrou sua distribuição granulométrica.

Tabela 15 – Características da brita utilizada

Características	Resultado
Diâmetro máximo	19 mm
Massa específica	2,567 g/cm <sup>3</sup>

Fonte: Autor (2024)

Figura 46 – Curva granulométrica – brita 1



### 5.5.6 Preparo das Misturas de Concreto

O preparo da mistura do concreto foi executado no Laboratório de Estruturas da UFPA (LABEST). As concretagens foram executadas de acordo com o teor de agregado, ou seja, primeiro concretou-se as lajes com maior concentração de brita, a com Teor 150%, em seguida as lajes com teor de referência (Teor 100%) e por fim com Teor 50%. Optou-se por proceder nessa ordem devido a eventual dificuldade encontrada durante o adensamento das misturas, visto que, a dosagem de Teor 150%, em virtude do reduzido teor de argamassa, possuiu maior grau de dificuldade, atrelado a isso, exigia mais concentração de aditivo, enquanto para as demais dosagens, seriam processos mais simplificados, a exemplo da dosagem de Teor 50%, no qual o teor de argamassa fora 71%, permitindo uma boa trabalhabilidade da mistura.

## 6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Este capítulo destinou-se a apresentação dos resultados dos ensaios experimentais relativos às propriedades dos materiais (aço e concreto), assim com os dados experimentais obtidos a partir dos ensaios de ruptura das lajes do presente trabalho. Os dados adquiridos foram: carga de ruptura, deslocamentos verticais, deformações nas armaduras longitudinais, deformações no concreto e padrão de fissuração. Todas as evidências possibilitaram análise conjunta, a fim de cumprirem os objetivos deste trabalho.

### 6.1 Materiais

#### 6.1.1 Aço

As armaduras de flexão utilizadas na confecção das lajes foram caracterizadas através do Ensaio de Tração em temperatura ambiente, seguindo as recomendações descritas pela NBR ISO 6892-1 (ABNT, 2024). As barras são da classe CA-50 de diâmetro  $\varnothing 12,5$  mm. Empregaram-se três barras ao ensaio de tração e, através da curva tensão x deformação média das amostras, foi possível extrair as propriedades mecânicas do aço, sendo elas: tensão de escoamento ( $f_{ys}$ ), deformação de escoamento ( $\varepsilon_{ys}$ ) e módulo de elasticidade ( $E_{ys}$ ). A Figura 47 apresentou os resultados obtidos das amostras de aço ensaiadas, bem como a curva média adotada. A Tabela 16 resumiu as características adotadas do aço utilizado no programa experimental.

Figura 47 – Diagrama tensão x deformação médio – aço CA-50  $\varnothing 12,5$  mm

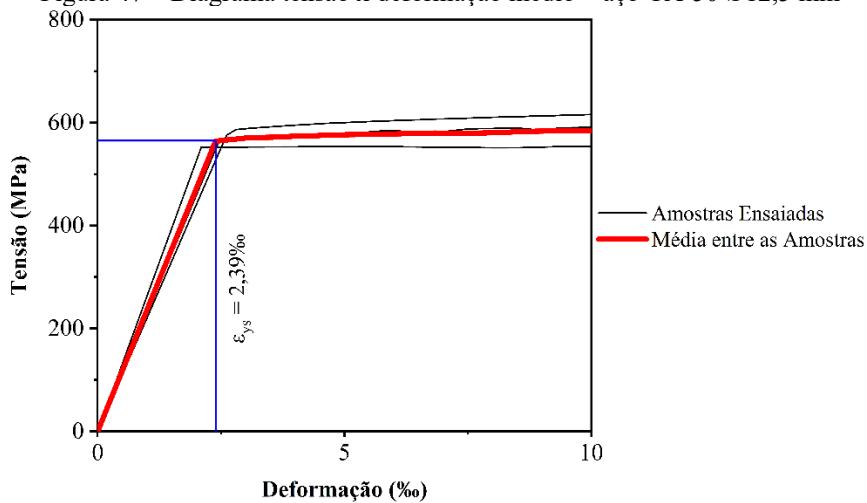


Tabela 16 – Resumo – Propriedades do aço

$\varnothing$ (mm)	$f_{ys}$ (MPa)	$\varepsilon_{ys}$ (%)	$E_{ys}$ (GPa)
12,5	564	2,39	236

Fonte: Autor (2024)

### 6.1.2 Concreto

Em conformidade com o item 5.5, a utilização do Aditivo Superplasticante fora necessária para ganho de trabalhabilidade do concreto. A avaliação desta propriedade foi feita através do Ensaio de Abatimento do Tronco de Cone, seguindo recomendações da NBR NM 67 (ABNT, 1998). Padronizou-se o abatimento do concreto em  $12 \pm 2\text{cm}$ , conforme apresentou a Figura 48.

Figura 48 – Abatimento do Tronco de Cone – Dosagem Teor 150%



Fonte: Autor (2024)

O ganho de trabalhabilidade proveniente da adição do superplasticante pôde ser notada na Figura 49, cuja mistura referiu-se ao Teor de 150%, no qual se encontrou maior dificuldade durante o lançamento, visto o baixo teor de argamassa da mistura.

Figura 49 – Trabalhabilidade adquirida através do aditivo – Dosagem 150%



Fonte: Autor (2024)

Para cada uma das 6 lajes, foram moldados sete de corpos de prova cilíndricos de dimensões (100 x 200) mm. Destes sete corpos de prova, foram destinadas três para realização do ensaio de compressão simples, duas para ensaio de módulo de elasticidade e duas para ensaio de compressão diametral.

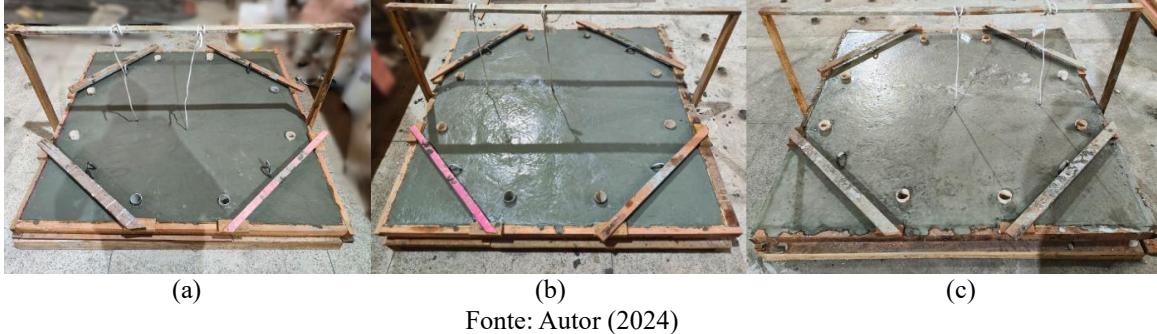
Figura 50 – Moldagem dos corpos de prova



Fonte: Autor (2024)

A Figura 51 ilustrou a concretagem de três lajes, cada uma com dosagem distinta, sendo a) Teor 50%, b) Teor 100% e c) Teor 150%.

Figura 51 – Concretagem das lajes



Fonte: Autor (2024)

Finalizadas as concretagens, iniciou-se o processo de cura das peças, a fim de evitar a fissuração da superfície do concreto devido o processo de retração. A cura foi conduzida com molhagem das lajes, em seguida cobertas com sacos de aniagem, visando conservação da umidade. O processo se estendeu durante 7 dias e, quando o concreto atingiu a idade de 15 dias, realizou-se a desforma e pintura das peças.

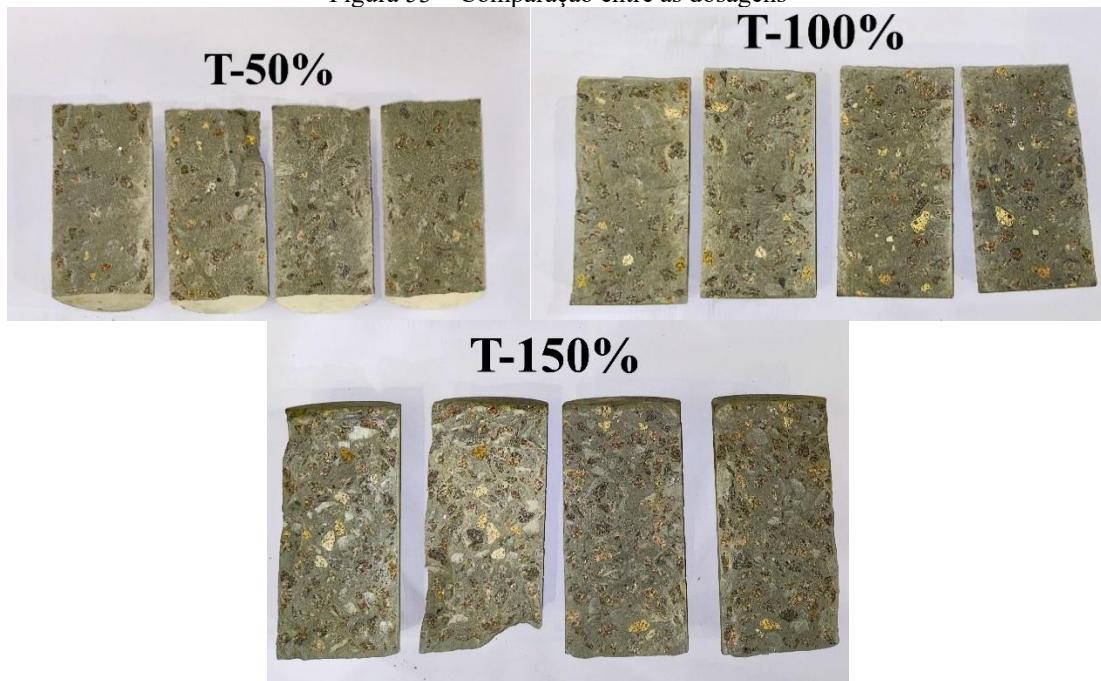
Figura 52 – Lajes deformadas e pintadas



Fonte: Autor (2024)

Por meio dos espécimes cilíndricos, ficou possível analisar a diferença entre as dosagens dos concretos, já endurecidos. A Figura 53 ilustrou as divergências das três misturas.

Figura 53 – Comparação entre as dosagens



Fonte: Autor (2024)

#### 6.1.2.1 Resistência à compressão

A obtenção da resistência à compressão ( $f_c$ ) foi obtida através de ensaio de compressão simples dos corpos de prova cilíndricos de concreto. Para cada uma das 6 lajes, foram moldados 3 espécimes. Os ensaios de compressão (Figura 54) foram realizados no Laboratório de Engenharia Civil da UFPA, seguindo as recomendações da NBR 5739 (ABNT, 2018). Os resultados obtidos estiveram contidos na Tabela 17, estes representaram as características do concreto após 28 dias de idade.

Figura 54 – Ensaio de compressão simples



Fonte: Autor (2024)

Tabela 17 – Resultados – Ensaio de compressão simples

<b>Espécime</b>	<b>S90-50</b>	<b>S90-100</b>	<b>S90-150</b>	<b>S120-50</b>	<b>S120-100</b>	<b>S120-150</b>
	$f_c$ (MPa)	$f_c$ (MPa)	$f_c$ (MPa)	$f_c$ (MPa)	$f_c$ (MPa)	$f_c$ (MPa)
CP1	31,4	35,6	38,1	32,3	36,1	31,6
CP2	31,6	35,8	33,0	34,0	36,3	35,4
CP3	32,0	36,2	33,3	34,0	36,5	38,3
<b>Média</b>	<b>31,7</b>	<b>35,9</b>	<b>34,8</b>	<b>33,4</b>	<b>36,3</b>	<b>35,1</b>
<b>D.P.</b>	0,24	0,24	2,34	0,82	0,19	2,72
<b>E.P</b>	0,14	0,14	1,35	0,47	0,11	1,57
<b>COV</b>	0,76%	0,66%	6,73%	2,45%	0,54%	7,75%

Fonte: Autor (2024)

As resistências à compressão não sofreram alterações significativas devida alteração no teor de agregados, a maior redução observada fora de 11,7%, comparando-se os resultados das lajes S90-100 e S90-50. As reduções das resistências, quando se contrastam as dosagens de referência (Teor 100%) com as demais, explica-se devido a dificuldade de adensamento para a dosagem de Teor 150%, dado a alta concentração de brita, permitindo um maior índice de vazios, já para a dosagem de Teor 50%, a menor quantidade de agregados influencia na resistência à compressão. Entretanto, como apresentado no item 5.5, graças a preservação das proporções cimento e areia, bem como da relação água/cimento, as resistências à compressão foram bem próximas, em função das principais variáveis que influenciam esta propriedade terem sido fixadas.

#### 6.1.2.2 Módulo de Elasticidade

O ensaio para definir o módulo de elasticidade do concreto seguiu as recomendações normativas da NBR 8522-1 (ABNT, 2021). Para cada laje foram confeccionados dois espécimes para realização do ensaio. Os ensaios também se sucederam no Laboratório de Engenharia Civil da UFPA, realizados na idade de 28 dias do concreto. A Figura 55 ilustrou o procedimento do ensaio e a Tabela 18 conteve os resultados obtidos.

Figura 55 – Ensaio de Módulo de Elasticidade



Fonte: Autor (2024)

Tabela 18 – Resultados – Ensaio de Módulo de Elasticidade

<b>Espécime</b>	<b>S90-50</b>	<b>S90-100</b>	<b>S90-150</b>	<b>S120-50</b>	<b>S120-100</b>	<b>S120-150</b>
	$E_c$ (GPa)	$E_c$ (GPa)	$E_c$ (GPa)	$E_c$ (GPa)	$E_c$ (GPa)	$E_c$ (GPa)
CP1	27,8	34,6	31,0	29,4	27,8	32,1
CP2	31,6	33,0	34,2	28,0	26,7	31,3
<b>Média</b>	<b>29,7</b>	<b>33,8</b>	<b>32,6</b>	<b>28,7</b>	<b>27,3</b>	<b>31,7</b>
<b>D.P.</b>	1,88	0,81	1,6	0,7	0,53	0,40
<b>E.P</b>	1,33	0,57	1,13	0,50	0,37	0,28
<b>COV</b>	6,33%	2,38%	4,91%	2,44%	1,94%	1,25%

Fonte: Autor (2024)

Tal como observado nas resistências à compressão, o teor de agregados não foi um parâmetro impactante no módulo de elasticidade nas dosagens de concreto, pois não houve alterações significativas em virtude da alteração desse parâmetro.

#### 6.1.2.3 Resistência à tração

A resistência à tração do concreto foi obtida de maneira indireta, através do Ensaio por Compressão Diametral, seguindo as recomendações da NBR 7222 (ABNT, 2011). Para cada laje, foram moldados dois espécimes e os resultados atingidos referiu-se aos 28 dias de idade do concreto. Os ensaios realizados no Laboratório de Engenharia Civil da UFPA estiveram ilustrados na Figura 56 e os resultados foram contidos na Tabela 19.

Figura 56 – Ensaio de Compressão Diametral



Fonte: Autor (2024)

Tabela 19 – Resultados – Ensaio de Compressão Diametral

<b>Espécime</b>	<b>S90-50</b>	<b>S90-100</b>	<b>S90-150</b>	<b>S120-50</b>	<b>S120-100</b>	<b>S120-150</b>
	$f_{ct}$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)
CP1	3,2	2,9	2,8	2,8	2,5	2,9
CP2	3,4	2,4	3,3	2,8	2,5	3,4
<b>Média</b>	<b>3,3</b>	<b>2,6</b>	<b>3,1</b>	<b>2,8</b>	<b>2,5</b>	<b>3,2</b>
<b>D.P.</b>	0,09	0,23	0,25	0,01	0,01	0,22
<b>E.P</b>	0,06	0,16	0,18	0,01	0,01	0,16
<b>COV</b>	2,71%	8,86%	8,33%	0,40%	0,57%	7,17%

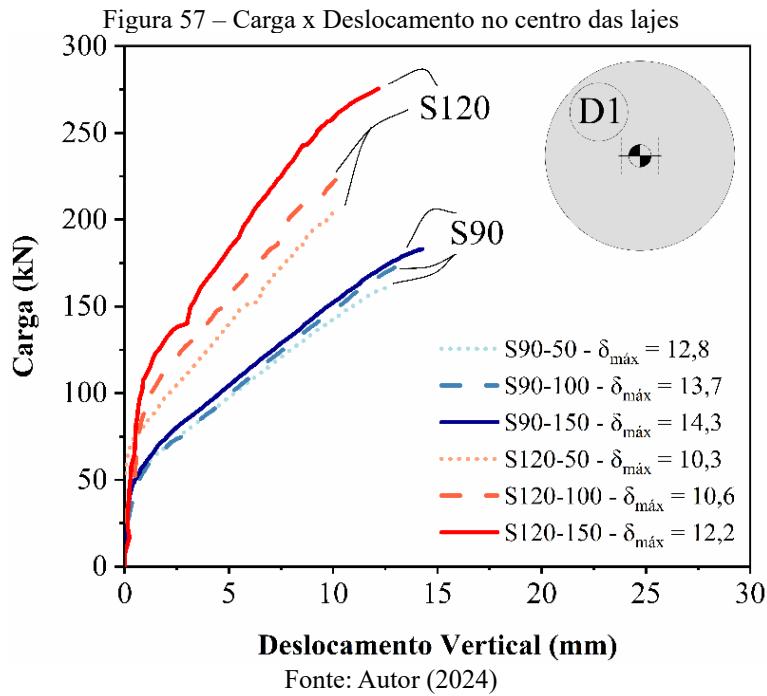
Fonte: Autor (2024)

O teor de agregados também não foi um parâmetro impactante na resistência à compressão diametral nas dosagens de concreto, pois não houve alterações significativas em virtude da alteração dessa propriedade.

## 6.2 Deslocamento Vertical das Lajes

Os deslocamentos verticais ( $\delta$ ) das lajes foram monitorados por meio das régulas potenciométricas, posicionadas conforme a Figura 40. As medições dos deslocamentos sucederam-se até a carga de ruptura, visto que, após ela, os resultados obtidos pouco são relevantes para o presente trabalho, em virtude da fragilidade das lajes que não possuem armadura transversal, ou seja, as rupturas observadas se deram de maneira abrupta, sem ductibilidade.

Inicialmente foi apresentada as curvas de carga-deslocamento de todas as lajes, apenas analisando o LVDT nomeado D1, logo, situado no centro da laje (Figura 57).



Observou-se que as lajes S90 apresentaram deslocamentos mais acentuados em relação às lajes S120. Este fenômeno fora esperado, em virtude da diferença de rigidez de ambos os grupos, em adição, esta diferença se notou também na quantidade de energia necessária para ruínas das lajes, ou seja, as lajes S120 demandaram níveis de carga mais elevados para um mesmo deslocamento, quando comparadas as lajes S90.

Notou-se que ao aumentar o teor de agregados, as lajes atingiram níveis de cargas de rupturas à punção mais elevados, registraram deslocamentos verticais mais acentuados. Analisando as lajes S90, a laje S90-150 atingiu uma deflexão de 14,28mm, um ganho de 4%, quando comparada com a S90-100, e um ganho de 12% compara a S90-50, no qual apresentou os piores resultados. Comparando as lajes S90-100 e S90-50 a melhoria no deslocamento vertical foi de 7%. Evidencia-se que as respostas das lajes S90 foram análogas, ou seja, o teor de agregados revelou-se pouco impactante para este grupo de lajes.

Quando se analisaram as lajes S120, percebeu-se que a influência do teor de agregados foi mais evidente, visto que a S120-150 deslocou 12,17mm, uma melhoria de 14% associada a S120-100, e 18% relacionada a laje S120-50, portanto o aumento da concentração dos agregados foi mais influente para esta laje mais espessa. Contrapondo

as lajes S120-100 e S120-50, o ganho fora menos significativo, sendo equivalente a 3%. Em consonância com Macgregor & Wight (2012), em virtude das lajes S120 possuirem maior altura, o engrenamento dos agregados fora mais impactante, logo, o teor de agregados foi mais influente neste grupo de lajes.

A Tabela 20 apresentou o resumo dos deslocamentos máximos, bem como as cargas de ruptura das lajes, evidenciando que o aumento do teor de agregados proporcionou mais resistência às lajes.

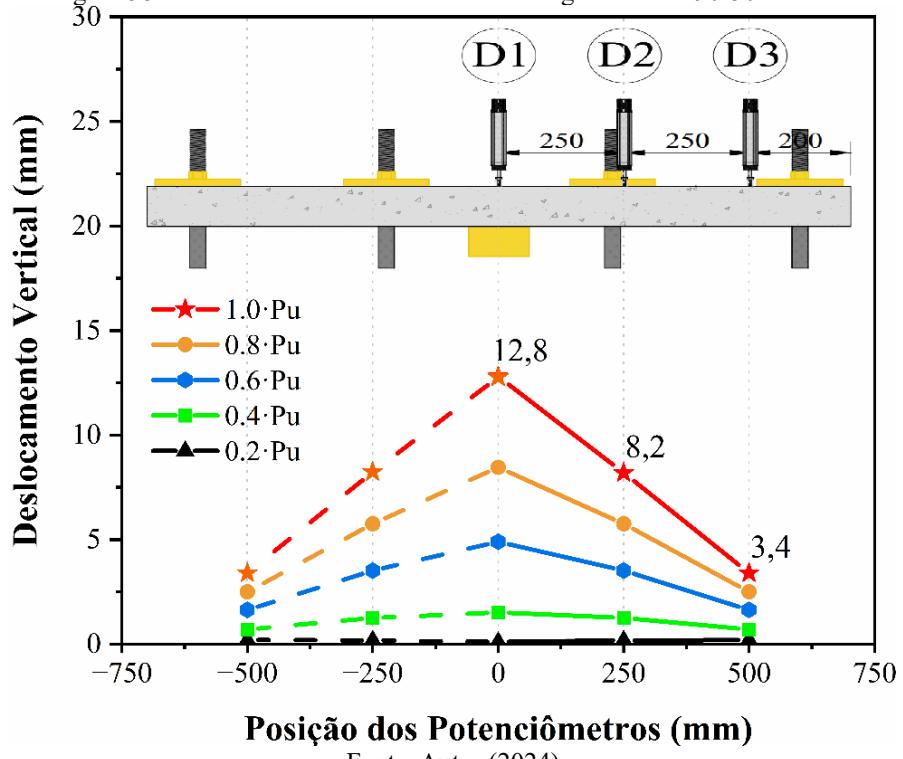
Tabela 20 – Resumo dos deslocamentos máximo e carga de ruptura

Laje	<i>l</i> (mm)	<i>d</i> (mm)	<i>ρ</i> (%)	Teor de Agregado (%)	<i>P<sub>u</sub></i> (kN)	<i>δ<sub>máx</sub></i> (mm)	<i>P<sub>u</sub>/d</i> (kN/mm)
S90-50				50	161,3	12,8	2,48
S90-100		65	1,48	100	176,1	13,7	2,71
S90-150				150	183,1	14,3	2,82
S120-50	1400			50	206,0	10,3	2,17
S120-100		95	0,65	100	227,6	10,6	2,40
S120-150				150	275,4	12,2	2,90

Fonte: Autor (2024)

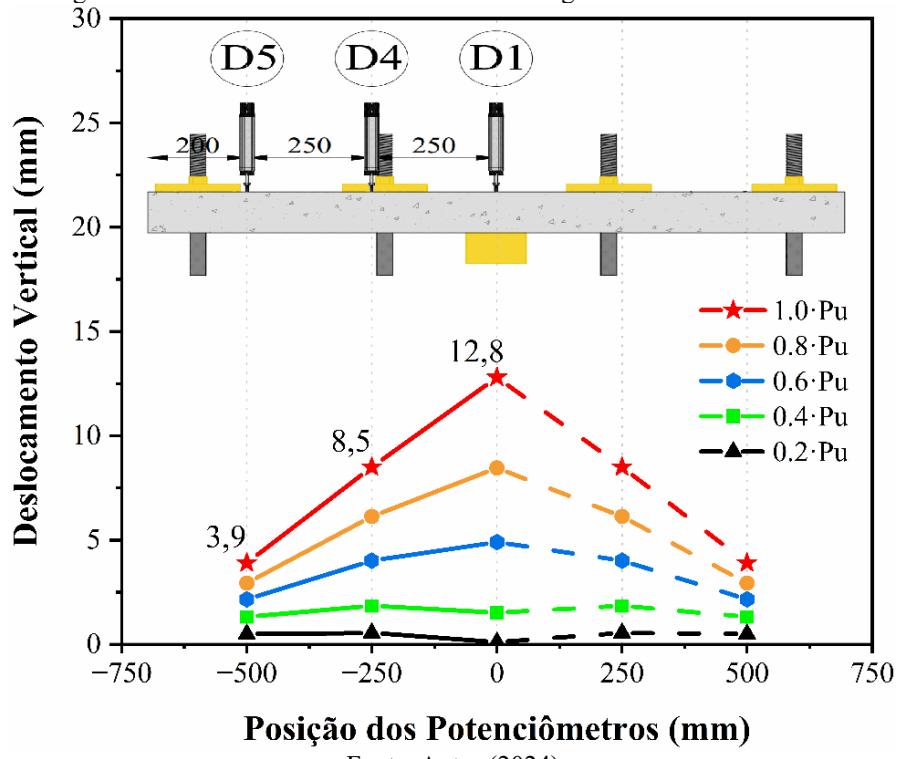
Apresentada a comparação de cada LVDT central, as Figura 58 a Figura 69 apresentaram o perfil de deslocamento vertical de acordo com o aumento do carregamento, do início da aplicação, até a carga de ruptura, em passos de 20% da carga última. A linha contínua nos gráficos representa a leitura das réguas potenciométricas, enquanto a linha tracejada é uma estimativa, por simetria, do deslocamento na região no qual não se monitorou.

Figura 58 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S90-50 - Eixo X



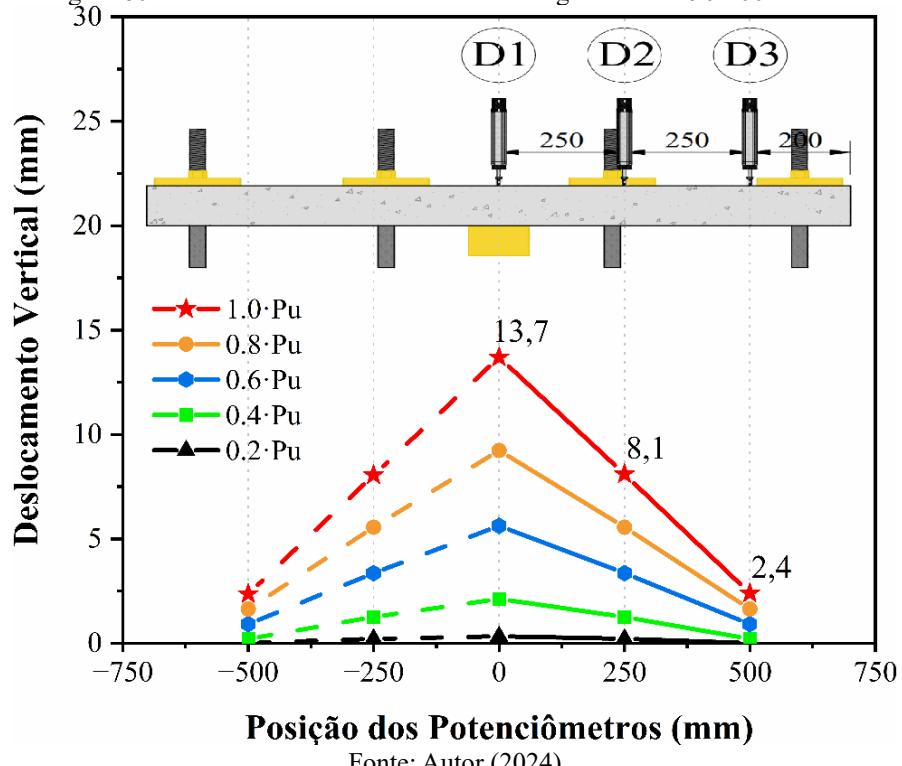
Fonte: Autor (2024)

Figura 59 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S90-50 - Eixo Y



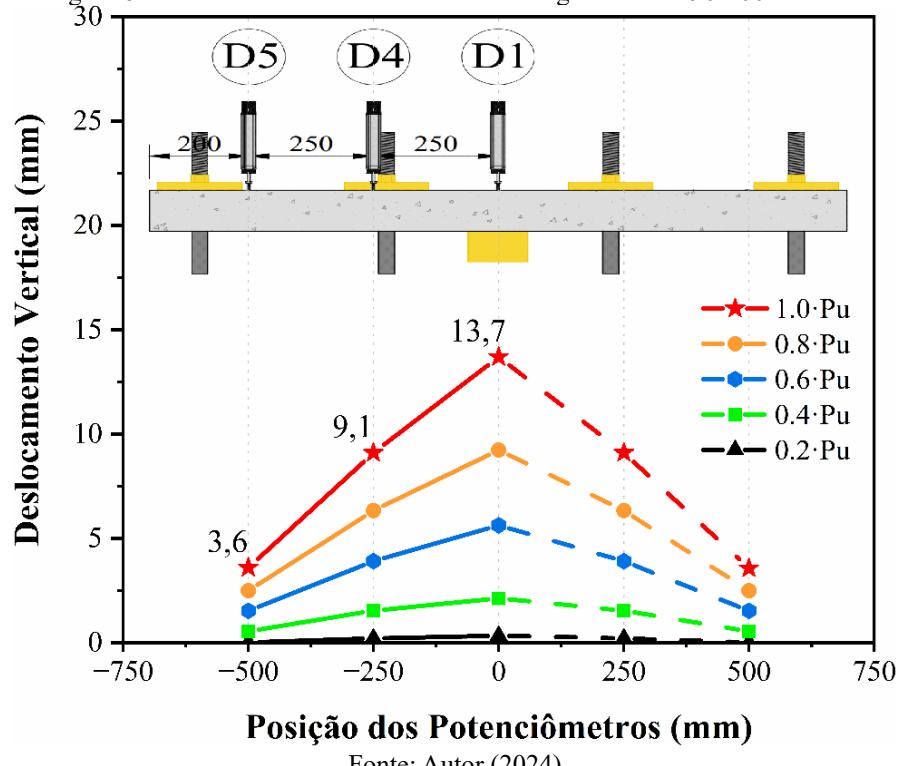
Fonte: Autor (2024)

Figura 60 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S90-100 - Eixo X



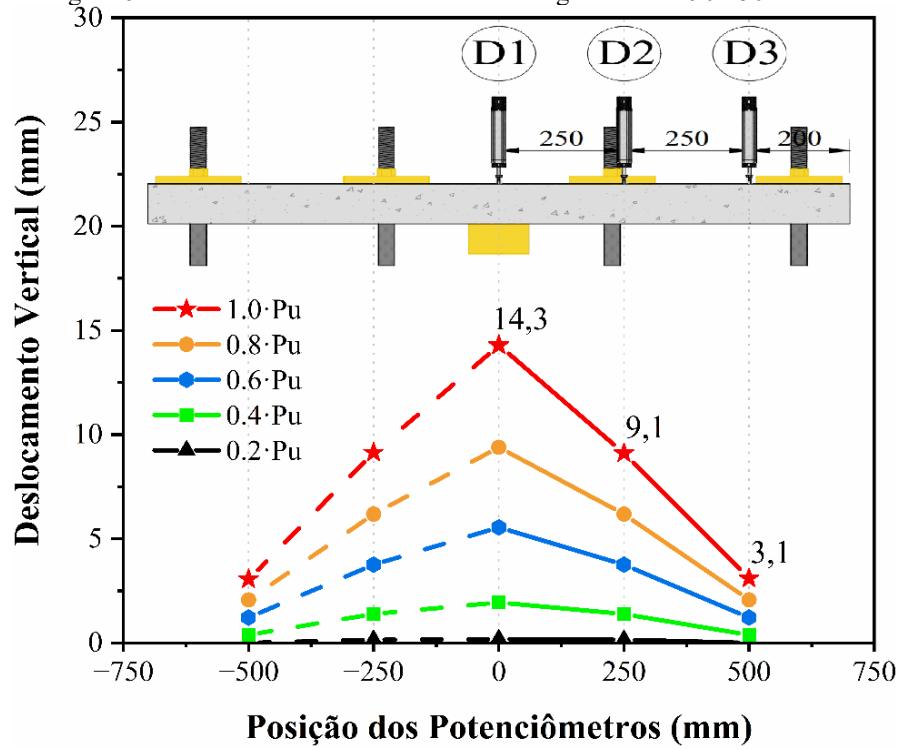
Fonte: Autor (2024)

Figura 61 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S90-100 - Eixo Y



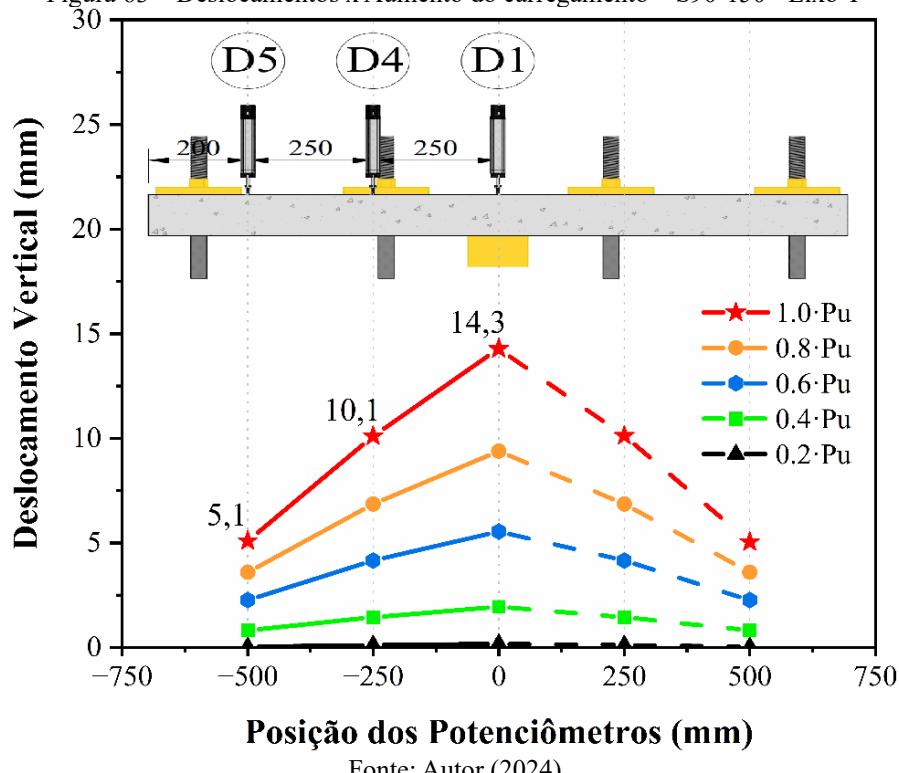
Fonte: Autor (2024)

Figura 62 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S90-150 - Eixo X



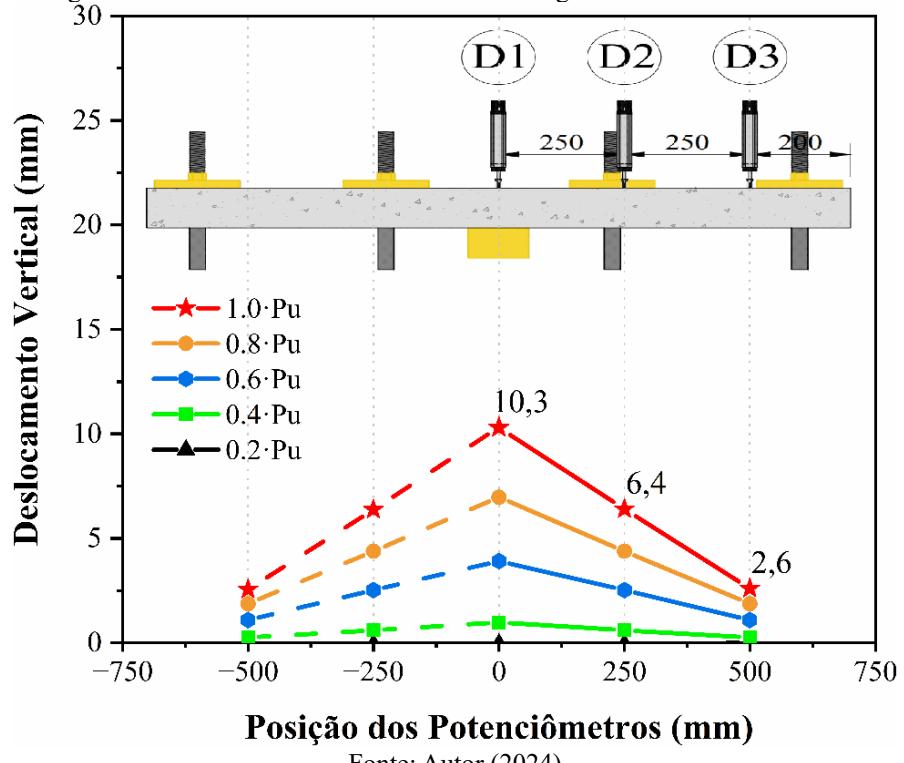
Fonte: Autor (2024)

Figura 63 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S90-150 - Eixo Y



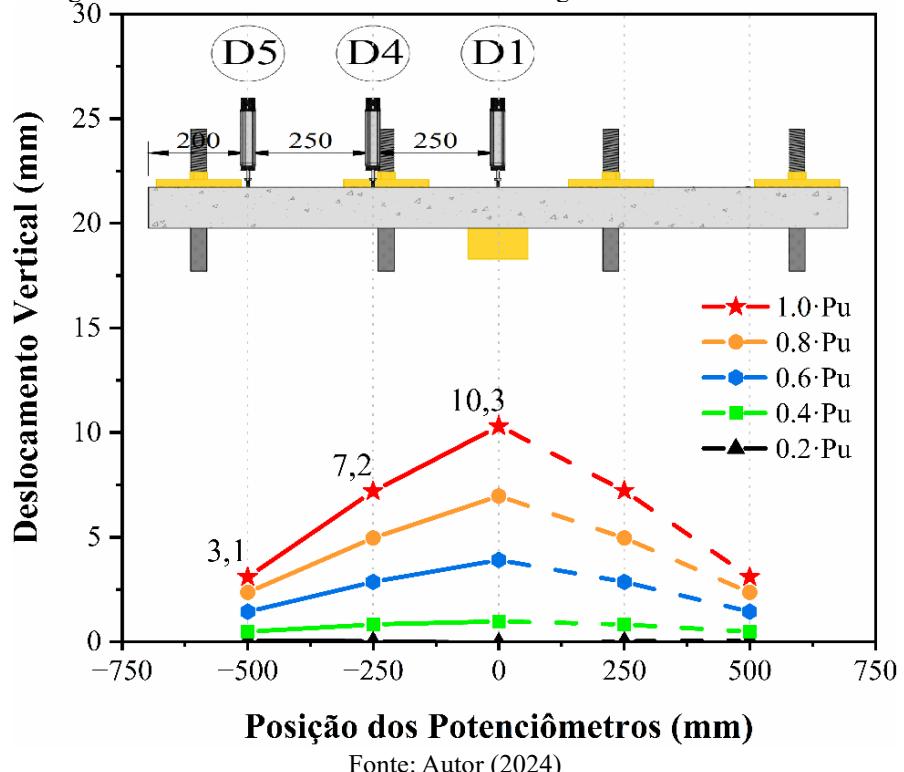
Fonte: Autor (2024)

Figura 64 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S120-50 - Eixo X



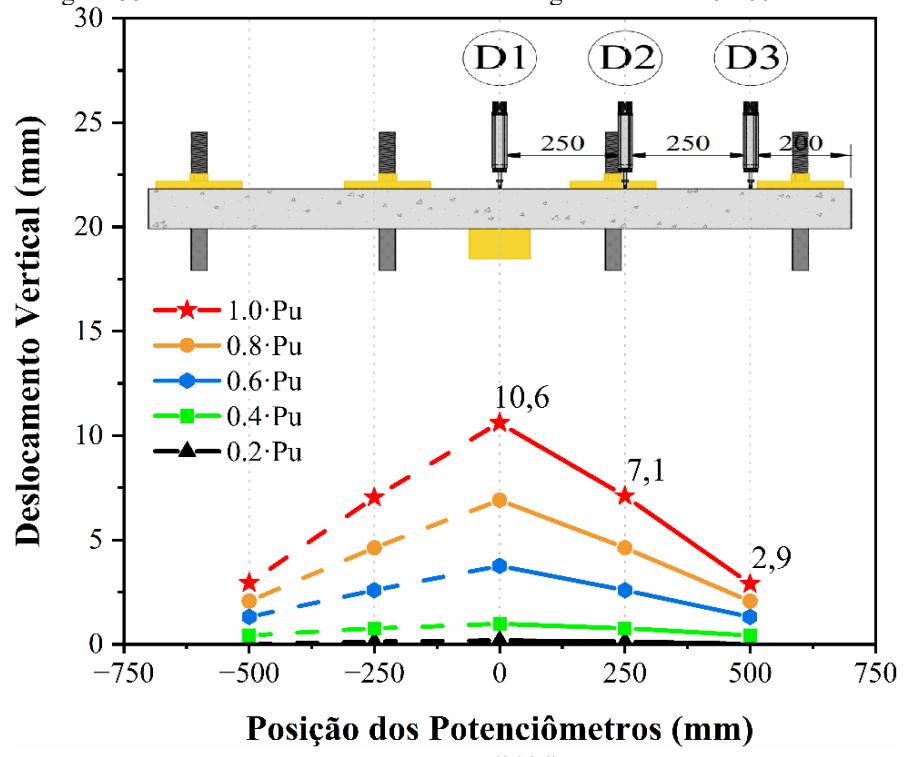
Fonte: Autor (2024)

Figura 65 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S120-50 - Eixo Y



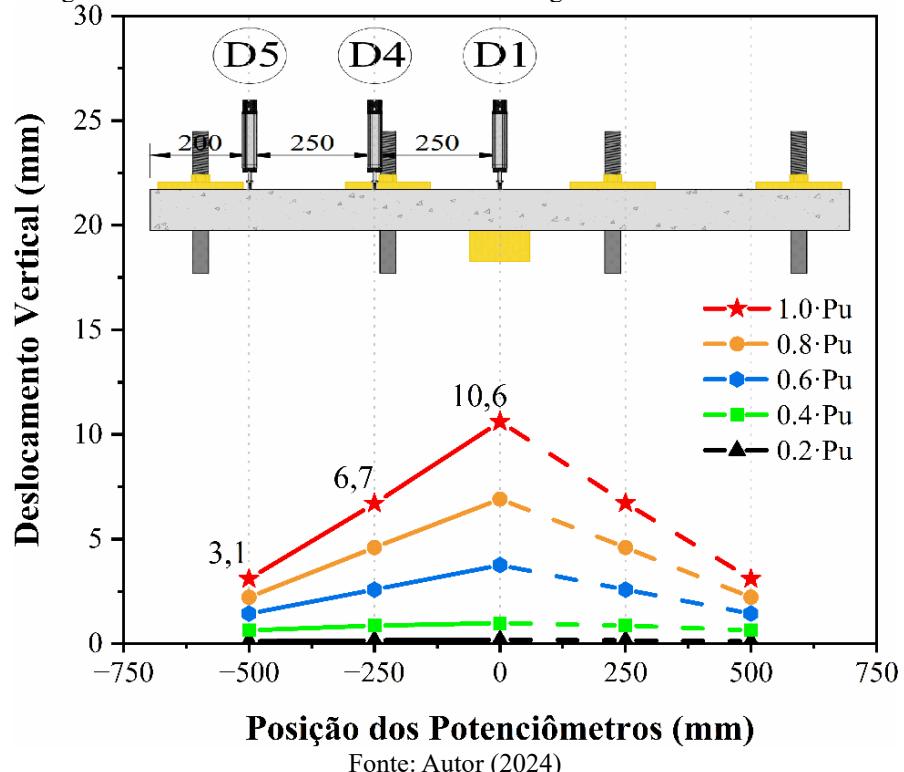
Fonte: Autor (2024)

Figura 66 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S120-100 - Eixo X



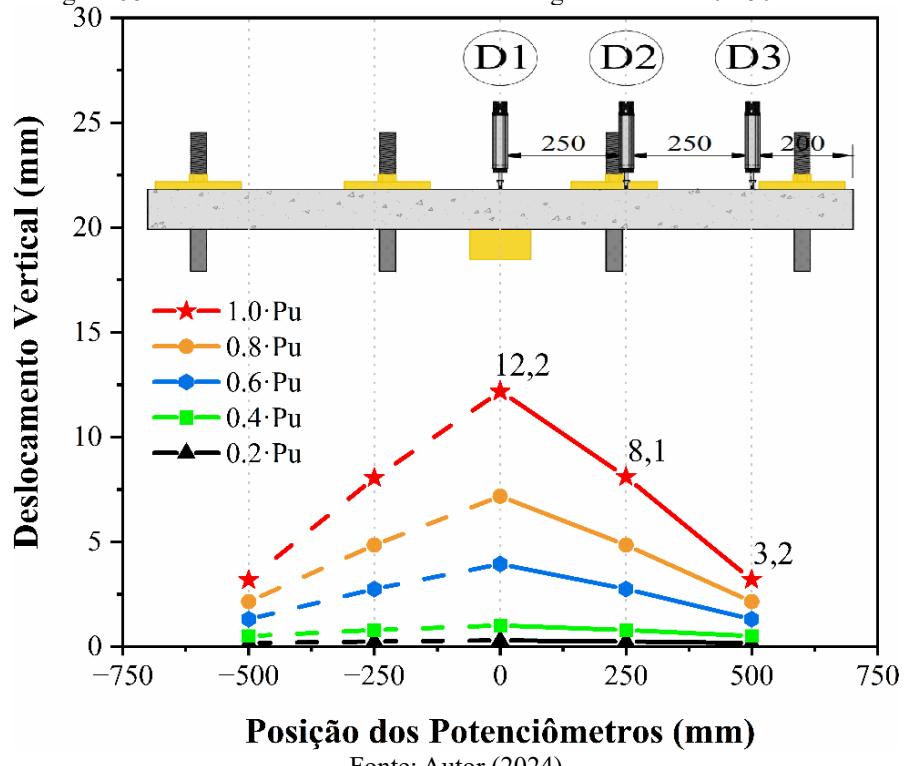
Fonte: Autor (2024)

Figura 67 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S120-100 - Eixo Y



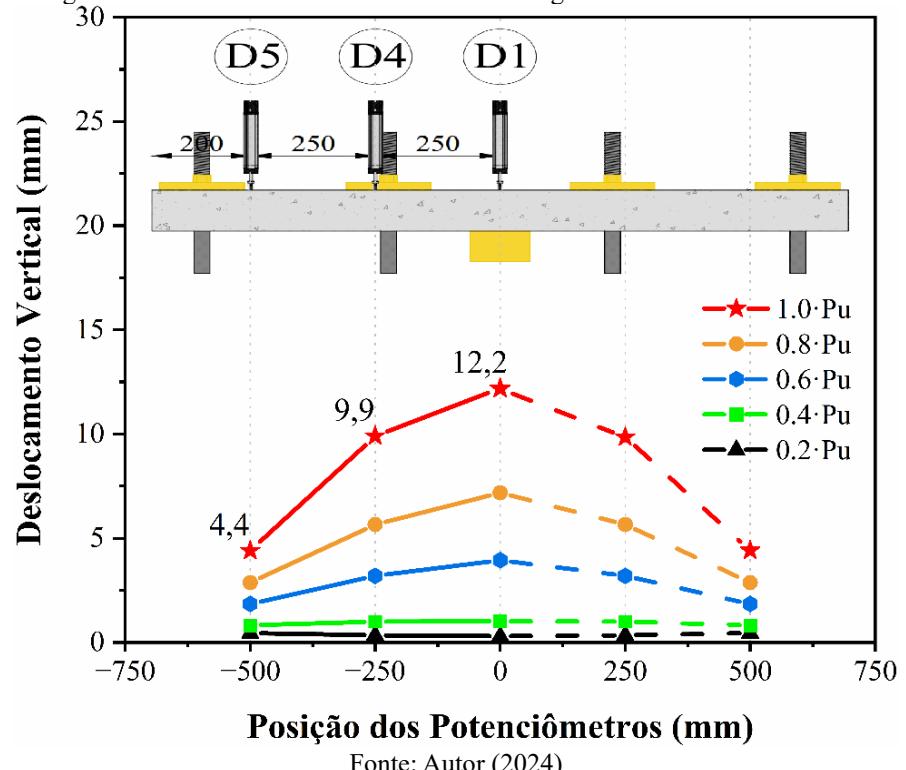
Fonte: Autor (2024)

Figura 68 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S120-150 - Eixo X



Fonte: Autor (2024)

Figura 69 – Deslocamentos x Aumento do carregamento – S120-150 - Eixo Y



Fonte: Autor (2024)

Em última análise quanto aos deslocamentos, foram apresentadas todas as curvas carga x deslocamento de cada régua potenciométricas, referente a cada laje (ver Figura 70 a Figura 75).

Figura 70 – Carga x Deslocamento – S90-50

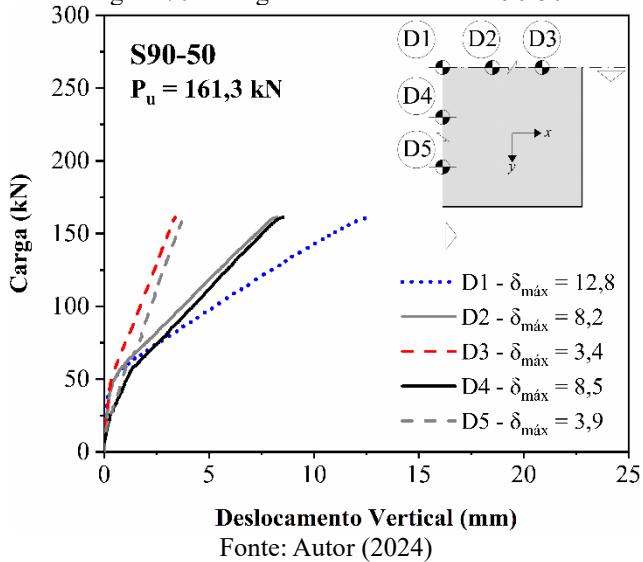


Figura 71 – Carga x Deslocamento – S90-100

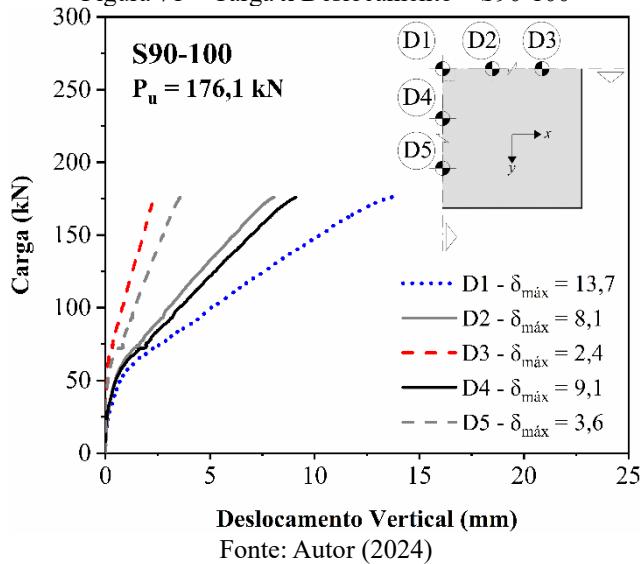
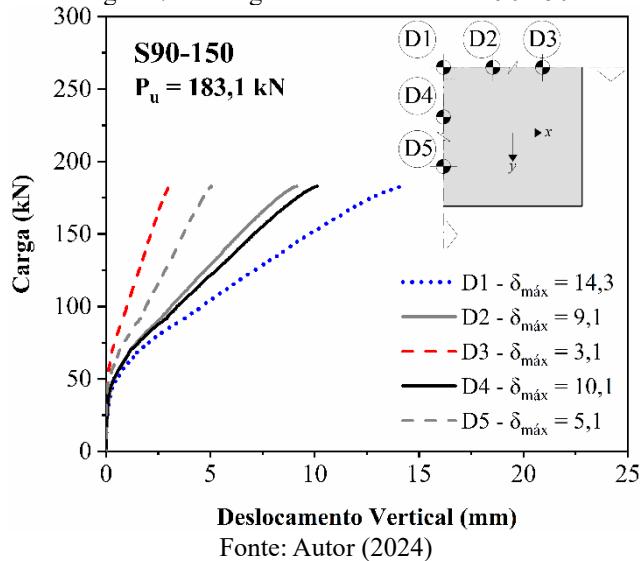
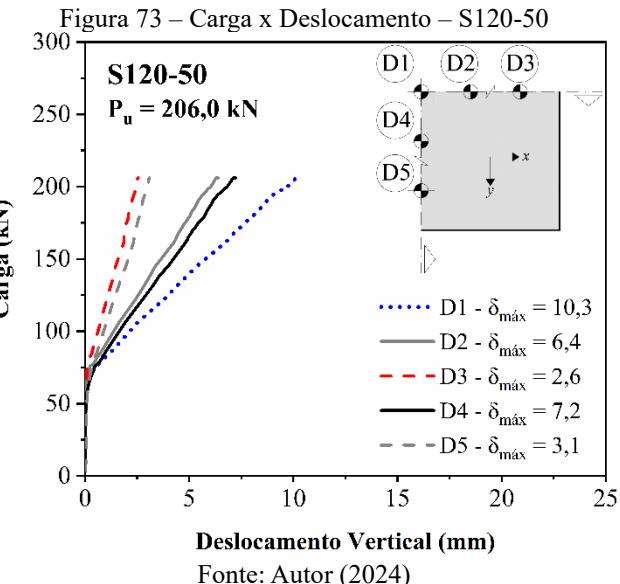
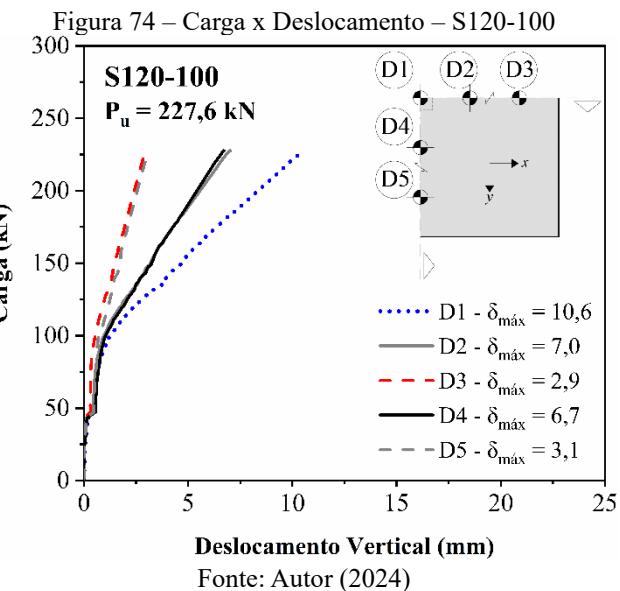


Figura 72 – Carga x Deslocamento – S90-150

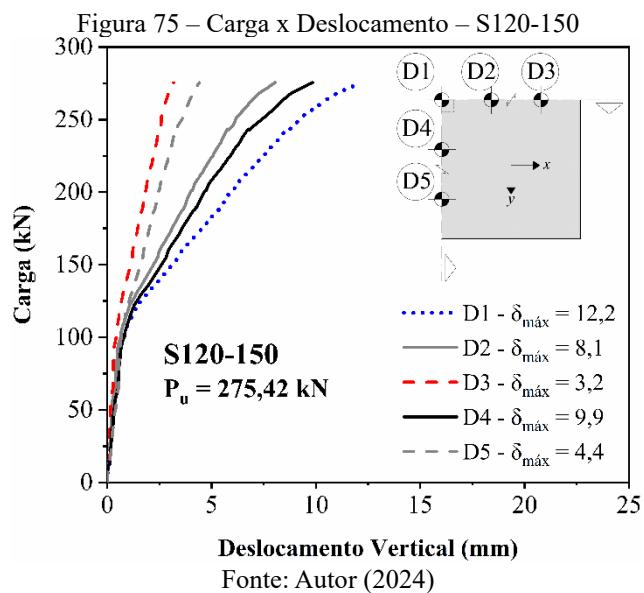




Fonte: Autor (2024)



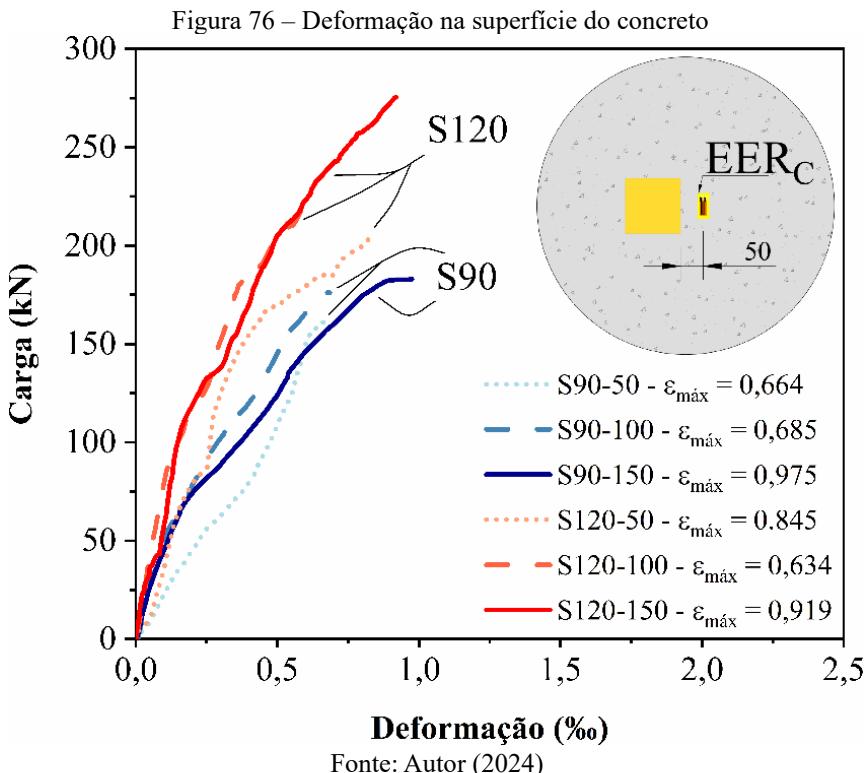
Fonte: Autor (2024)



Fonte: Autor (2024)

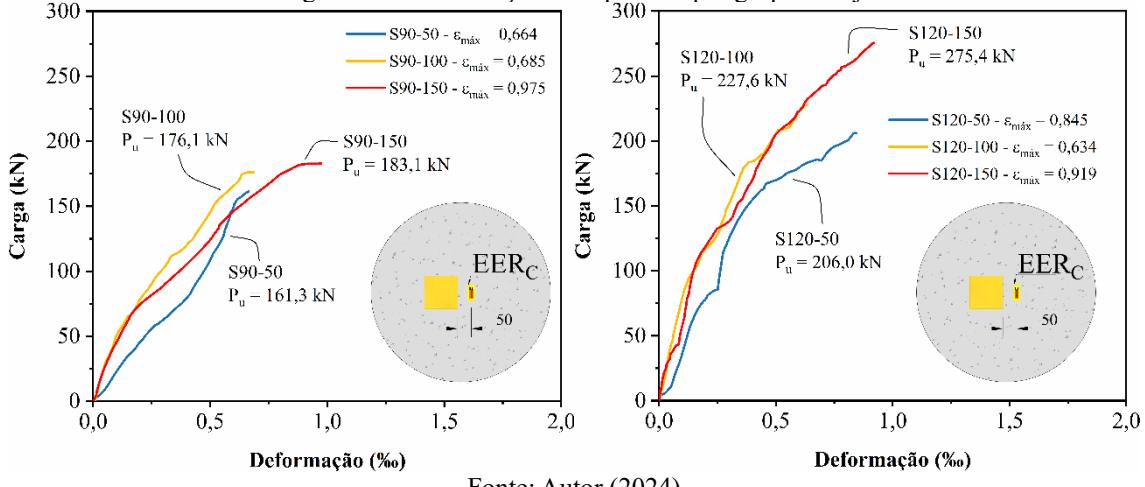
### 6.3 Deformações do Concreto

Em alinhamento com a descrição do item 5.3.2, as deformações na superfície do concreto foram aferidas por meio de um extensômetro situado a 50mm da face do pilar de aplicação da carga. Ao observar a Figura 76 foi possível concluir que nenhuma laje excedeu o limite de esmagamento do concreto definido pela NBR 6118 (ABNT, 2023), ou seja, nenhuma deformação atingiu o valor de  $\varepsilon_{cu} = 3,5\%$ .



As Figura 77 apresentou os resultados dos dois grupos de lajes separadamente, enquanto a Tabela 21 resumiu os dados obtidos. Notou-se que a maior concentração de agregados (dosagem Teor 150%) permitiu uma maior absorção de energia nas lajes, visto que apresentaram maiores deformações na superfície do concreto.

Figura 77 – Deformação na superfície por grupo de laje



Fonte: Autor (2024)

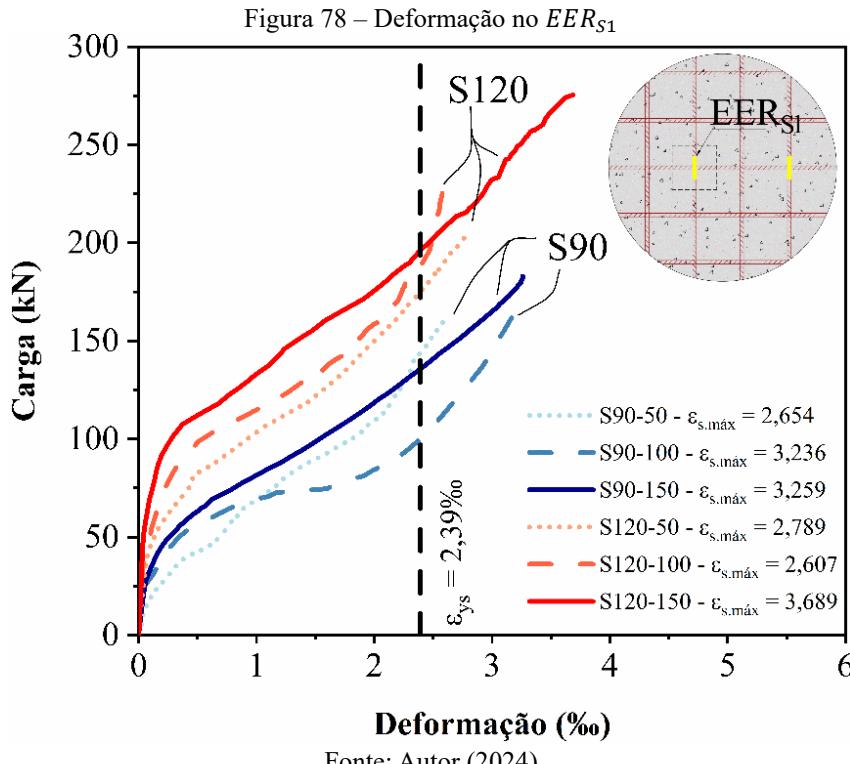
Tabela 21 – Resumo das deformações máximas do concreto

Laje	$l$ (mm)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	Teor de Agregado (%)	$P_u$ (kN)	$\varepsilon_c$ (%)
S90-50				50	161,3	0,664
S90-100		65	1,48	100	176,1	0,685
S90-150				150	183,1	0,975
S120-50	1400			50	206,0	0,845
S120-100		95	0,65	100	227,6	0,634
S120-150				150	275,4	0,919

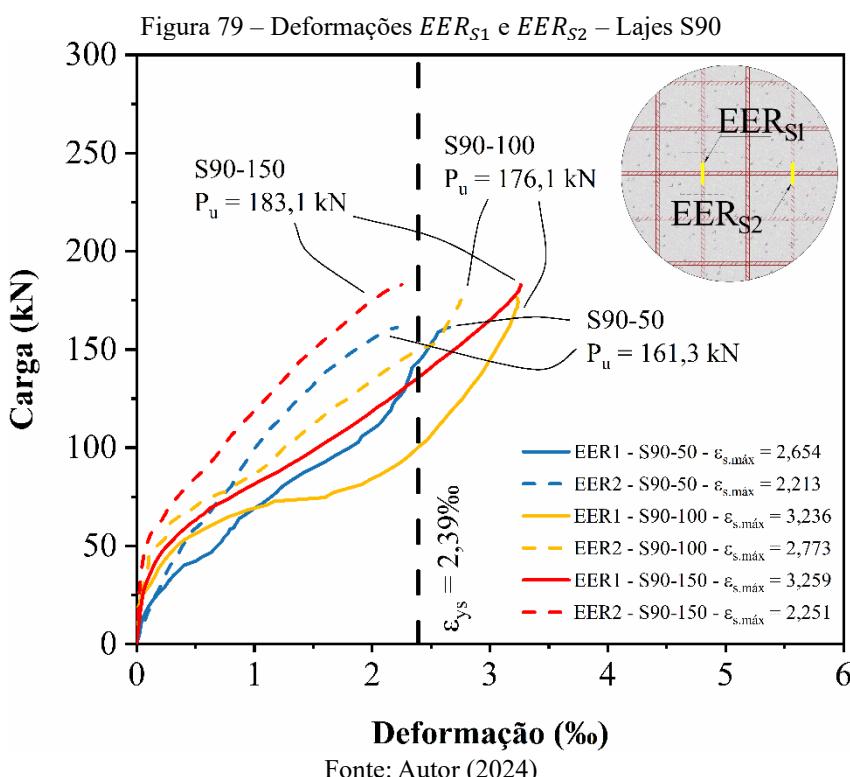
Fonte: Autor (2024)

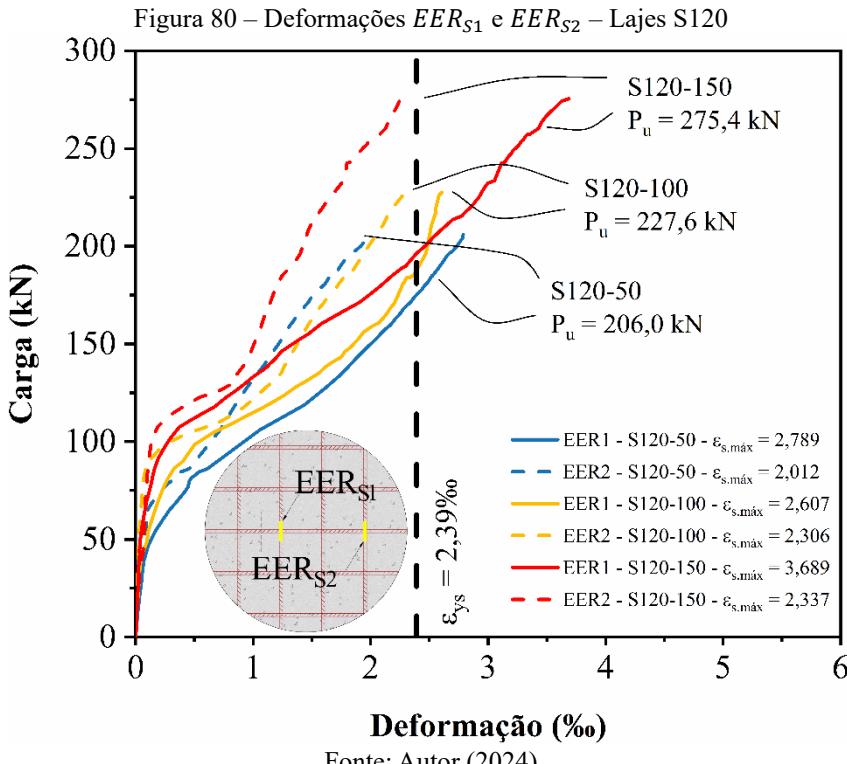
## 6.4 Deformações nas Armaduras de Flexão

As deformações nas armaduras longitudinais das lajes foram obtidas por meio dos extensômetros instalados conforme descrito no item 5.3.1. Monitorou-se a barra central, no qual posicionou-se sobre o pilar de aplicação da carga, assim como uma segunda barra espaçada (ver Figura 38). A Figura 78 apresentou os resultados para o  $EER_{S1}$ , cujas armaduras experimentaram os maiores níveis de deformação. Notou-se que todas as barras ultrapassaram a deformação limite para o escoamento, definido no item 6.1.1 como sendo  $\varepsilon_{ys} = 2,39 \%$ , entretanto nenhuma atingiu a deformação plástica excessiva de 10 % definida pela NBR 6118 (ABNT, 2023). É possível aferir que, de modo geral, à medida que se aumentou o teor dos agregados, as deformações nas armaduras atingiram níveis mais elevados, entretanto esse fenômeno não ocorreu para a laje S120-100.



As Figura 79 e Figura 80 apresentaram os resultados de cada laje para as deformações tanto do extensômetro  $EER_{S1}$ , quanto no  $EER_{S2}$ . Observou-se que apenas para laje S90-100 foi possível notar escoamento no  $EER_{S2}$ , enquanto nas demais, apenas as barras com  $EER_{S1}$  experimentaram escoamento.





Fonte: Autor (2024)

O resumo das deformações experimentadas pelas armaduras de flexão estiveram apresentado na Tabela 22, os valores destacados foram das barras que escoaram.

Tabela 22 – Resumo das deformações das armaduras de flexão

Laje	$l$ (mm)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	Teor de Agregado (%)	$P_u$ (kN)	$EER_{S1}$ (%)	$EER_{S2}$ (%)
S90-50				50	176,1	2,773	2,213
S90-100		65	1,48	100	161,3	3,236	2,773
S90-150				150	183,1	2,654	2,251
S120-50	1400			50	206,0	2,789	2,012
S120-100		95	0,65	100	227,6	2,607	2,306
S120-150				150	275,4	3,689	2,337

Fonte: Autor (2024)

## 6.5 Mapas de Fissuração

As fissuras na superfície superior das lajes se desenvolveram, majoritariamente, por meio fissuras radiais, sendo as primeiras a surgirem e posteriormente se ramificarem, propagando-se em direção aos bordos das peças, até o patamar da carga de ruptura, no qual houve a formação de uma fissura tangencial, caracterizando a formação do “tronco de cone” de ruptura por punção, esta se deu de maneira abrupta, ou seja, uma ruptura

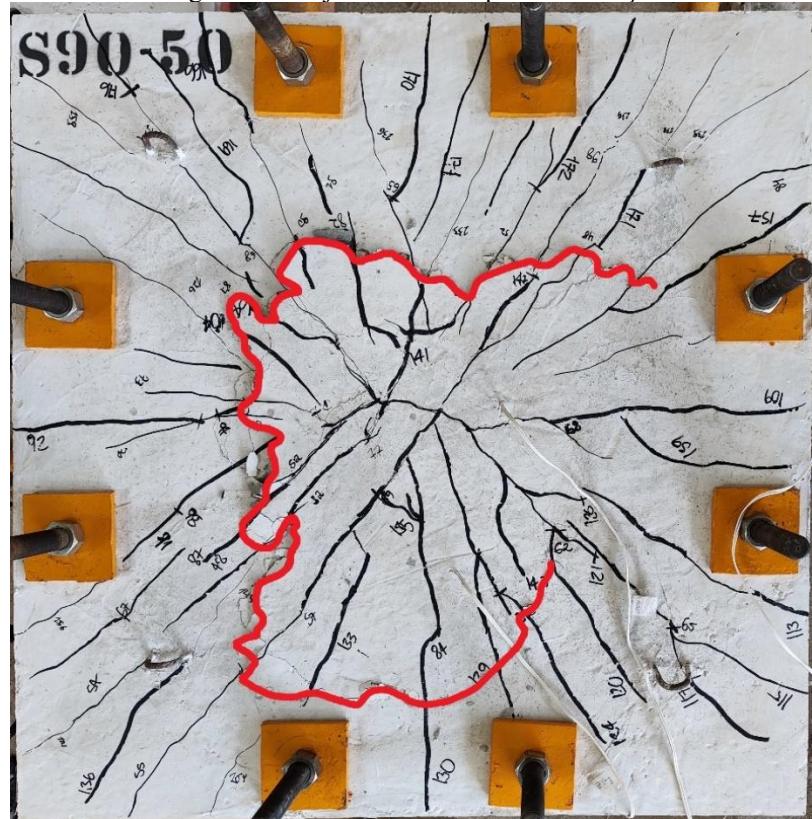
frágil. As Figura 81 a Figura 86 expuseram os mapas de fissuração das lajes, no qual destacou-se em vermelho a fissura de ruptura. O padrão de fissuração foi o mesmo em todas as lajes, ou seja, a variação no teor de agregados graúdo não influenciou este parâmetro. A laje S120-150 foi a única a experimentar de fissuras tangenciais antes da ruptura. A Tabela 23 resumiu os níveis de carregamento referentes ao aparecimento das primeiras fissuras das lajes ensaiadas.

Tabela 23 – Resumo das cargas referentes ao surgimento das primeiras fissuras

Laje	<i>l</i> (mm)	<i>d</i> (mm)	<i>p</i> (%)	Teor de Agregado (%)	<i>P<sub>u</sub></i> (kN)	1 <sup>a</sup> Fissura Radial		1 <sup>a</sup> Fissura Tangencial	
						<i>P</i> (kN)	% <i>P<sub>u</sub></i>	<i>P</i> (kN)	% <i>P<sub>u</sub></i>
S90-50				50	161,3	44	25	-	-
S90-100		65	1,48	100	176,1	48	27	-	-
S90-150				150	183,1	50	28	-	-
S120-50	1400			50	206,0	74	36	-	-
S120-100		95	0,65	100	227,6	100	44	-	-
S120-150				150	275,4	115	42	230	84

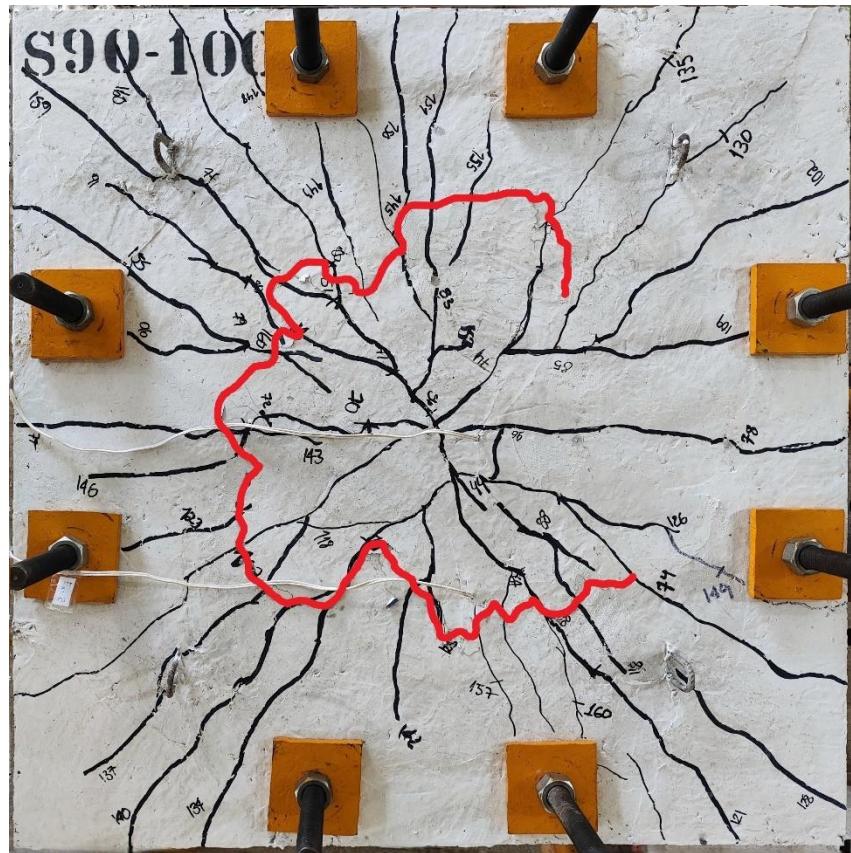
Fonte: Autor (2024)

Figura 81 – Laje S90-50 - Mapa de Fissuração



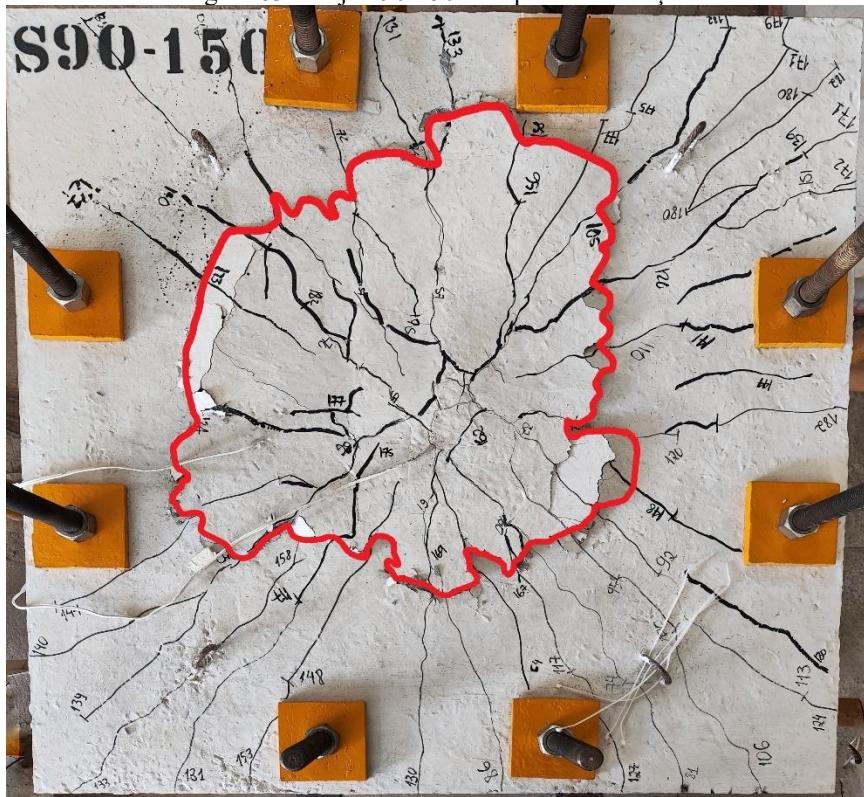
Fonte: Autor (2024)

Figura 82 – Laje S90-100 - Mapa de Fissuração



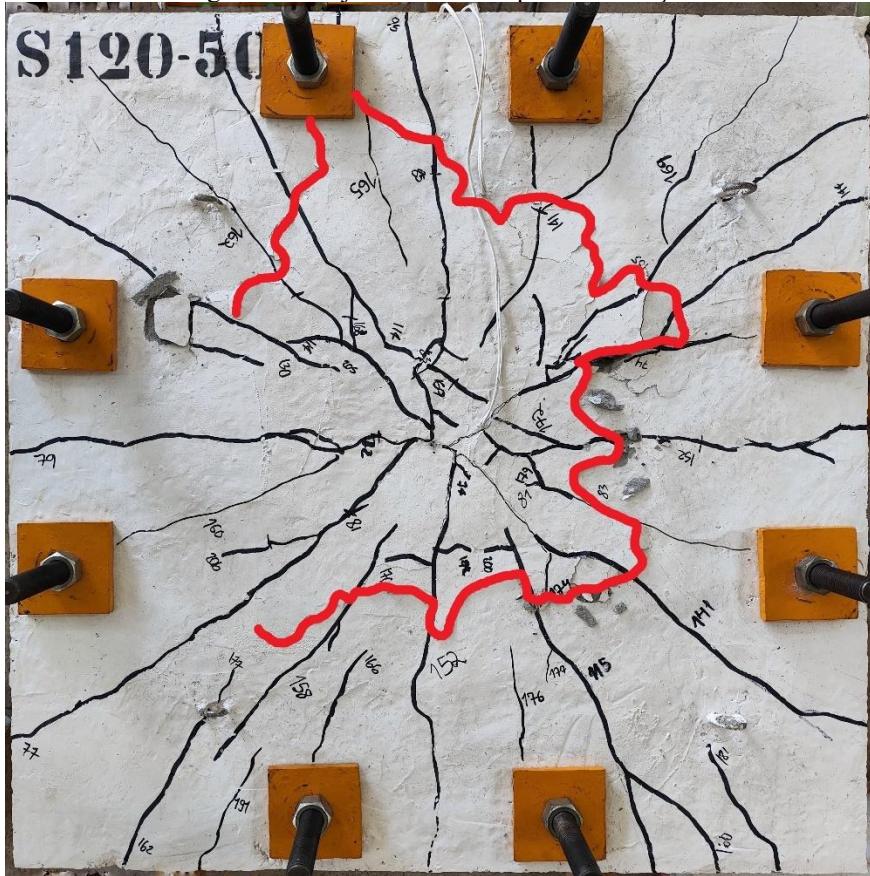
Fonte: Autor (2024)

Figura 83 – Laje S90-150 - Mapa de Fissuração



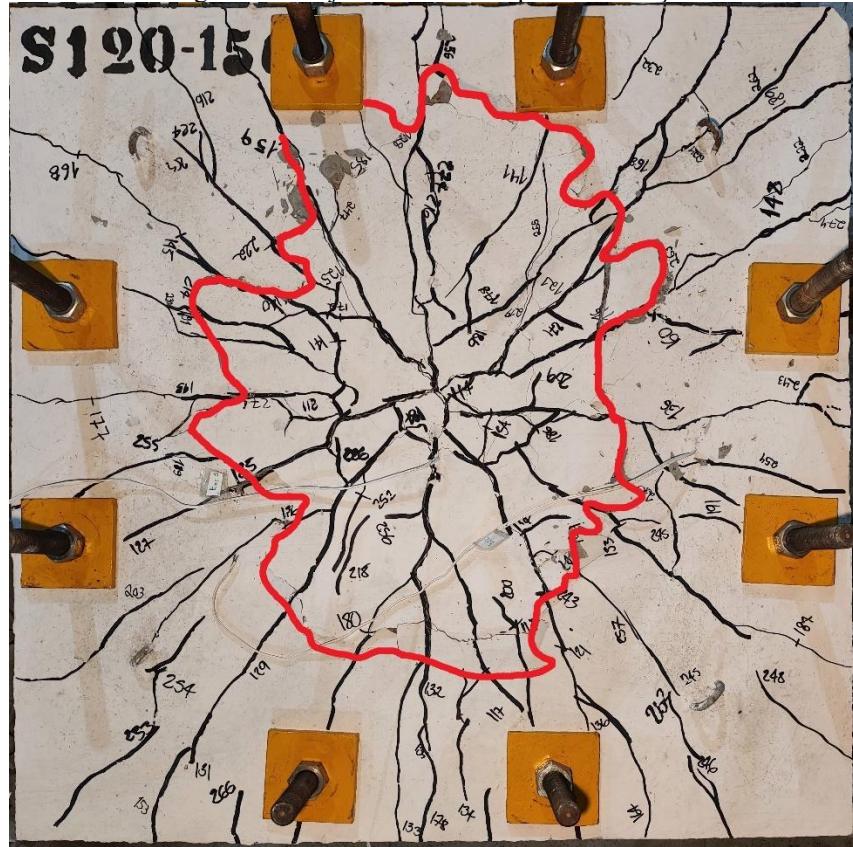
Fonte: Autor (2024)

Figura 84 – Laje S120-50 - Mapa de Fissuração



Fonte: Autor (2024)

Figura 86 – Laje S120-150 - Mapa de Fissuração



Fonte: Autor (2024)

## 6.6 Carga de Ruptura

Apesar de já terem sido apresentadas nos tópicos anteriores, as cargas de rupturas das lajes foram expostas de maneira mais detalhada. A Tabela 24 exibiu os resultados observados de ruína das lajes, bem como as características principais de cada modelo.

Tabela 24 – Cargas de Ruptura

Laje	$l$ (mm)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	Teor de Agregado (%)	$f_c$ (MPa)	$f_{ys}$ (MPa)	$P_u$ (kN)
S90-50				50	31,7		161,3
S90-100		65	1,48	100	35,9		176,1
S90-150				150	34,8		183,1
S120-50	1400			50	33,4	564	206,0
S120-100		95	0,65	100	36,3		227,6
S120-150				150	35,1		275,4

Fonte: Autor (2024)

Observou-se que, à medida que se aumentou o teor de agregados, a carga última observada foi maior. Tomando as lajes com Teor 100% como referência, a Tabela 25 apresentou as variações na resistência. O acréscimo de agregado na mistura permitiu aumento na resistência ao punctionamento das lajes, como é possível notar nas lajes com Teor 150%, sendo um ganho de 4% para o grupo S90 e 21% para o grupo S120. Em contrapartida, no tocante ao Teor 50%, no qual se reduziu agregado da mistura, para a família de S90, notou-se redução de 8% e 9% para as S120, na carga de ruína.

Tabela 25 – Variação da resistência devido teor de agregados - lajes S100 como referência

Laje	<i>l</i> (mm)	<i>d</i> (mm)	<i>p</i> (%)	Teor de Agregado (%)	<i>f<sub>c</sub></i> (MPa)	<i>f<sub>ys</sub></i> (MPa)	<i>P<sub>u</sub></i> (kN)	$\frac{P_u}{P_{u.100\%}}$
S90-50				50	31,7		161,3	0,92
S90-100		65	1,48	100	35,9		176,1	-
S90-150	1400			150	34,8		183,1	1,04
S120-50				50	33,4	564	206,0	0,91
S120-100		95	0,65	100	36,3		227,6	-
S120-150				150	35,1		275,4	1,21

Fonte: Autor (2024)

A melhor resposta da dosagem de Teor 150% na laje S120-150 quando comparada à laje S90-150 se deve ao fato de o engrenamento dos agregados ser mais relevante em peças mais espessas, em consonância com o comentado no item 6.2.

A segunda análise foi tomado as lajes com Teor 50% como referência, sendo assim, avaliando a influência do aumento do teor de agregados na resistência ao punctionamento. A Tabela 26 expressou que, para as lajes S90, foi possível experimentar um ganho de 9% na laje S90-100, e um acréscimo de 14% para laje S90-150. Já para o grupo de lajes S120, a melhoria na resistência foi mais evidente, sendo 10% na laje S120-100 e 34% para laje S120-150, evidenciando que o teor de agregados foi um parâmetro mais influente nas lajes S120.

Tabela 26 – Variação da resistência devido teor de agregados - lajes S50 como referência

Laje	<i>l</i> (mm)	<i>d</i> (mm)	<i>ρ</i> (%)	Teor de Agregado (%)	<i>f<sub>c</sub></i> (MPa)	<i>f<sub>ys</sub></i> (MPa)	<i>P<sub>u</sub></i> (kN)	<i>P<sub>u</sub></i> <i>P<sub>u.50%</sub></i>
S90-50				50	31,7		161,3	-
S90-100		65	1,48	100	35,9		176,1	1,09
S90-150				150	34,8		183,1	1,14
S120-50	1400			50	33,4	564	206,0	-
S120-100		95	0,65	100	36,3		227,6	1,10
S120-150				150	35,1		275,4	1,34

Fonte: Autor (2024)

A última análise feita foi quanto à mudança da esbeltez das lajes, ou seja, quanto as lajes S120 foram mais eficientes ao punctionamento em comparação às S90. A Tabela 27 exprimiu esta comparação entre as famílias.

Tabela 27 – Comparaçao das cargas de ruptura entre S90 e S120

Laje	<i>l</i> (mm)	<i>d</i> (mm)	<i>ρ</i> (%)	Teor de Agregado (%)	<i>f<sub>c</sub></i> (Mpa)	<i>f<sub>ys</sub></i> (Mpa)	<i>P<sub>u</sub></i> (kN)	<i>P<sub>u.S120</sub></i> <i>P<sub>u.S90</sub></i>
S90-50%				50%	31,7		161,3	-
S90-100%		65	1,48	100%	35,9		176,1	-
S90-150%				150%	34,8		183,1	-
S120-50%	1400			50%	33,4	564	206,0	1,28
S120-100%		95	0,65	100%	36,3		227,6	1,29
S120-150%				150%	35,1		275,4	1,50

Fonte: Autor (2024)

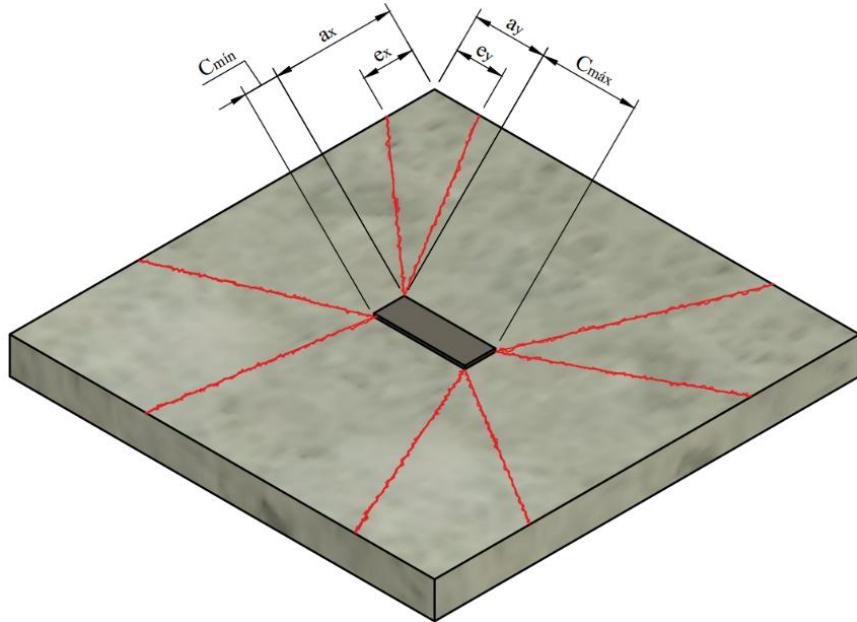
Os níveis de carregamento experimentados pelas lajes de menor esbeltez (S120) foram 28%, 29% e 50% maiores quando comparados as lajes mais esbeltas (S90), se tratando dos teores de 50%, 100% e 150%, respectivamente. Estes resultados mostraram que não só o aumento na espessura das lajes representa ganho de resistência à punção, mas também que o teor de agregados foi mais influente para as lajes da família S120, conclusão está que também pode ser notada analisando a Tabela 25, visto que para as lajes de maior espessura, a mudança na concentração dos agregados acarretou alterações mais significativas na carga de ruptura, devido aumento do engrenamento dos agregados.

## 6.7 Modos de Ruptura Observados

Lajes submetidas ao punctionamento podem manifestar três modos de ruptura, sendo eles: punção, flexo-punção e flexão. A definição de qual ruptura foi observada passa pela análise de alguns parâmetros, como: deformação do concreto, deformações nas armaduras longitudinais, padrão de fissuração, carga de ruptura e carga de ruptura à flexão. Este último parâmetro foi estimado através da teoria das linhas de ruptura, idealizada por Ingerslev (1923). O método consiste em avaliar todos os possíveis mecanismos de ruptura, através das condições de contorno, objetivando estimar-se uma carga de ruptura.

A aplicação da teoria parte do princípio de adotar uma possível configuração para as linhas de ruptura, no qual deverá atuar o momento resistente da laje. Segundo Oliveira (2003), para lajes bidirecionais com pilares retangulares a configuração das linhas pode ser representada pela Figura 87, e a equação que define a carga de ruptura à flexão é definida pela equação (29).

Figura 87 - Configuração das linhas de ruptura



Fonte: Adaptado Oliveira (2003)

$$P_{flex} = 2 \cdot M_u \cdot \left\{ \frac{l_x}{a_x} + \frac{l_y}{a_y} - 2 \cdot \left[ \frac{a_y}{a_x} \cdot f_x + \frac{a_x}{a_y} \cdot f_y \right] \right\} \quad (29)$$

No qual:

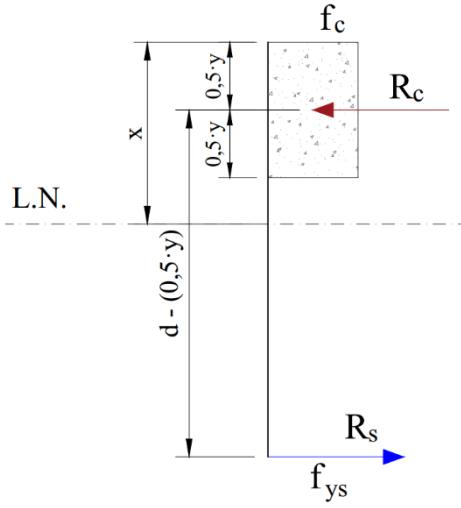
$$f_x = \frac{e_y}{a_y} \cdot \frac{\frac{e_x}{a_x} \cdot \left( \frac{a_y}{e_y} - 1 \right)}{1 + \frac{e_x}{a_x} \cdot \left( \frac{a_y}{e_x} - 1 \right)} \quad (30)$$

$$f_y = \frac{e_x}{a_x} \cdot \frac{\frac{e_y}{a_y} \cdot \left( \frac{a_x}{e_x} - 1 \right)}{1 + \frac{e_y}{a_y} \cdot \left( \frac{a_x}{e_y} - 1 \right)} \quad (31)$$

$$e_x = e_y = 0,2 \cdot l \quad (32)$$

Definido a configuração da linha de ruptura, é necessário conhecer o momento fletor último por unidade de comprimento. Para Langendonck (1970), a ruína por flexão da laje ocorre quando a tensão de escoamento das armaduras, ou seja, durante o início do estádio III do concreto, portanto o momento último pode ser calculado através da análise do diagrama simplificado da Figura 88 e obtido pela equação (33).

Figura 88 - Diagrama simplificado de tensões no estádio III



Fonte: Autor (2024)

$$M_u = \rho \cdot f_{ys} \cdot d^2 \cdot \left( 1 - 0,5 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ys}}{f_c} \right) \quad (33)$$

Exposto o método utilizado para estimar as cargas de ruptura por flexão, a Tabela 28 exibiu as cargas previstas de ruptura à flexão. Ressalta-se que os resultados previstos justificam a escolha tomada no item 5.2, de adotar de armaduras à flexão distintas, uma vez que as cargas obtidas de ruptura na Tabela 28 foram bem equivalentes.

Tabela 28 – Cargas de ruptura à flexão

Laje	<i>l</i> (mm)	<i>d</i> (mm)	$\rho$ (%)	Teor de Agregado (%)	$f_c$ (MPa)	$f_{ys}$ (MPa)	$P_{flex}$ (kN)
S90-50				50	31,7		229,8
S90-100		65	1,48	100	35,9		233,9
S90-150		1400		150	34,8		233,0
S120-50				50	33,4	564	232,8
S120-100		95	0,65	100	36,3		233,9
S120-150				150	35,1		233,5

Fonte: Autor (2024)

Definida as cargas de ruptura à flexão, Oliveira (2003) comentou que a relação  $P_u/P_{flex}$ , ou seja, a razão entre resistência última e resistência à flexão pode ser utilizada como critério inicial para caracterizar o modo de ruptura, ou seja: para valores de  $P_u/P_{flex} > 1$ , a ruptura caracteriza-se por flexão; para  $P_u/P_{flex} < 1$ , ruptura por punção; e para  $P_u/P_{flex} \cong 1 (\pm 10\%)$ , ruptura por flexo-punção. Utilizando este critério, a Tabela 29 apresentou quais seriam as rupturas observadas.

Tabela 29 – Modos de Ruptura segundo critério de Oliveira (2003)

Laje	<i>l</i> (mm)	<i>d</i> (mm)	$\rho$ (%)	Teor de Agregado (%)	$P_u$ (kN)	$P_{flex}$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{flex}}$	Modo de Ruptura Estimado
S90-50				50	161,3	229,8	0,69	Punção
S90-100		65	1,48	100	176,1	233,9	0,77	Punção
S90-150		1400		150	183,1	233,0	0,79	Punção
S120-50				50	206,0	232,8	0,88	Punção
S120-100		95	0,65	100	227,6	233,9	0,97	Flexo- Punção
S120-150				150	275,4	233,5	1,18	Flexão

Fonte: Autor (2024)

Mediante o critério mostrado, apenas as lajes S120-100 e S120-150 não apresentariam ruptura por punção, entretanto os colapsos reais experimentados pelas lajes não refletem a estimativa quando se analisa os dados obtidos. No tocante às deformações nas armaduras longitudinais (item 6.4), observamos que nenhuma laje experimentou deformações próximas à deformação plástica excessiva de 10 %, ou seja, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2023), não houve ruptura por flexão no domínio de deformação 2. Além disso, as deformações na superfície do concreto (item 6.3) também não atingiram o limite de esmagamento definido pela norma brasileira, definido como  $\varepsilon_{cu} = 3,5\%$ , logo conclui-se que não houve ruptura por flexão nos domínios de deformação 3 ou 4.

Por fim, o padrão de fissuração das lajes S120-100 e S120-150 foi o mesmo experimentado pelas demais lajes, nas quais sofreram ruptura por punção, isto posto, é possível concluir que apesar da estimativa de ruptura, definida pelo critério de Oliveira (2003), tenha caracterizado as rupturas das lajes S120-100 e S120-150 como sendo flexo-punção e punção, respectivamente, é mais assertivo afirmar que ambas sofreram ruptura por punção, a partir da análise dos dados obtidos. Destaca-se que pela Tabela 29, a laje S120-150 ultrapassou a carga de ruptura à flexão em 18%, portanto, seria conveniente dizer que esta laje sofreu ruptura por punção em um regime de flexão, sendo assim sua ruptura será caracterizada como flexo-punção. Em síntese, a Tabela 30 expõe os modos de ruptura reais após as análises realizadas.

Tabela 30 – Modos de Ruptura Reais após análise

Laje	$l$ (mm)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	Teor de Agregado (%)	$P_u$ (kN)	$P_{flex}$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{flex}}$	Modo de Ruptura Real
S90-50				50	161,3	229,8	0,69	Punção
S90-100		65	1,48	100	176,1	233,9	0,77	Punção
S90-150				150	183,1	233,0	0,79	Punção
S120-50	1400			50	206,0	232,8	0,88	Punção
S120-100		95	0,65	100	227,6	233,9	0,97	Punção
S120-150				150	275,4	233,5	1,18	Flexo- Punção

Fonte: Autor (2024)

## 7 ESTIMATIVAS DE RESISTÊNCIA

Nesta seção foram realizados um estudo avaliativo das estimativas de resistências apresentadas pelas recomendações normativas apresentadas na revisão bibliográfica do presente trabalho. Os resultados normativos a serem apresentados são previsões teóricas da carga de ruptura por punção e modo de ruptura estimada de acordo com o critério estabelecido por Oliveira (2003) no item 6.7, estes foram comparados com os dados obtidos no programa experimental. A análise foi de suma importância, objetivando examinar se os presentes documentos quanto a sua assertividade na predição da ruptura de lajes à punção.

A Tabela 31 resumiu as propriedades das lajes essenciais para o cálculo das prescrições normativas. Vale ressaltar que nenhum dos documentos abordados no referencial teórico levaram em consideração o teor de agregados na resistência à punção, realçando a relevância do estudo desenvolvido ao longo deste trabalho. Outro ponto a se destacar foi que, como as resistências à compressão dos concretos equivalentes, ou seja, pouquíssima variação, as estimativas de um teor de agregado para outro deveriam ser iguais, entretanto como as resistências à compressão não foram numericamente iguais, houve variação entre as concentrações de agregado, todavia isso não significa concluir que as normas estão considerando este parâmetro nas suas previsões.

Tabela 31 – Resumo das propriedades das lajes

Laje	$l$ (mm)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$\varnothing_{máx}$ agregado (mm)	Teor de Agregado (%)	$f_c$ (MPa)	$f_{ys}$ (MPa)
S90-50					50	31,7	
S90-100		65	1,48		100	35,9	
S90-150					150	34,8	
S120-50	1400	—		19	50	33,4	564
S120-100		95	0,65		100	36,3	
S120-150					150	35,1	

Fonte: Autor (2024)

### 7.1 Estimativa segundo NBR 6118 (ABNT, 2023)

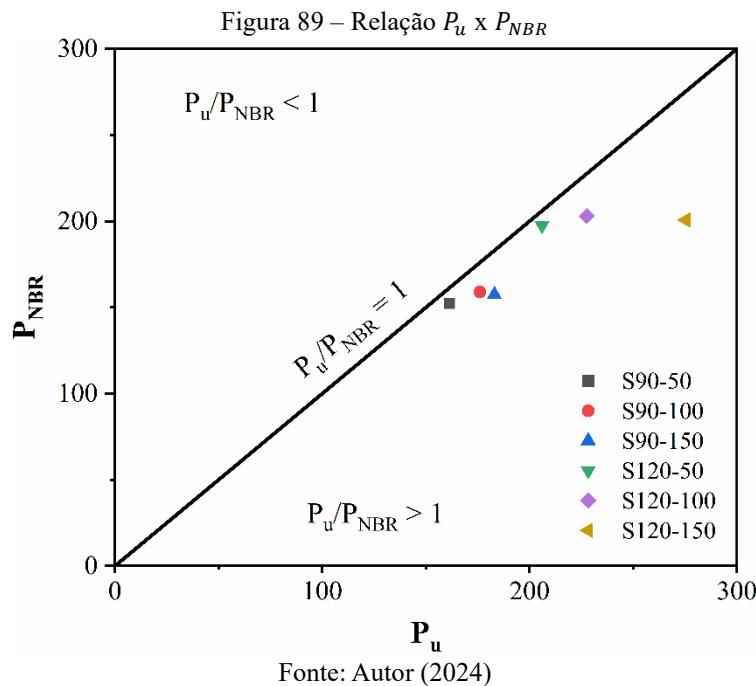
A norma brasileira baseia sua previsão na verificação da tensão atuante no perímetro crítico, exigindo que seja realizado a avaliação em pelo menos duas regiões.

No tocante a lajes sem armadura de cisalhamento, é necessário avaliar a resistência no perímetro do pilar, a fim de verificar o esmagamento da diagonal comprimida do concreto, assim como a tensão no perímetro distantes  $2 \cdot d$  da face do pilar, logo, o menor dos dois valores é assumido como a resistência à punção da laje. A Tabela 32 exibiu as estimativas da NBR 6118 em comparação com a carga de ruptura observada experimentalmente, bem como o modo de ruptura estimado. A Figura 89 mostrou a relação entre as cargas estimadas e as experimentais.

Tabela 32 – Estimativas NBR 6118 (ABNT, 2023)

Laje	$P_u$ (kN)	$P_{flex}$ (kN)	$P_{NBR}$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{NBR}}$	$\frac{P_{NBR}}{P_{flex}}$	Modo de Ruptura Estimado
S90-50	161,3	229,8	152,4	1,06	0,66	Punção
S90-100	176,1	233,9	158,9	1,11	0,68	Punção
S90-150	183,1	233,0	157,4	1,16	0,68	Punção
S120-50	206,0	232,8	197,5	1,04	0,85	Punção
S120-100	227,6	233,9	203,0	1,12	0,87	Punção
S120-150	275,4	233,5	200,7	1,37	0,86	Punção

Fonte: Autor (2024)



Fonte: Autor (2024)

A NBR 6118 (ABNT, 2023) se mostrou, de modo geral, conservadora, ainda que para as lajes S90-50 e S120-50 tenha se aproximado da ruptura real, pois errou em 6% e 4%, respectivamente. Todavia, essas lajes apresentaram menor teor de agregados, era

esperado sua resistência à punção fosse reduzida, então, explicou-se a causa de os resultados estimados terem se aproximado do real. No que se refere às lajes S90-100, S90-150 e S120-100, a norma brasileira foi conservadoras em níveis parecidos, sendo: 11%, 16% e 12%, respectivamente. O maior conservadorismo do documento evidenciou-se na S120-150, com erro de 37%. Observou-se também que a norma estimou que todas as lajes sofreriam ruptura por punção.

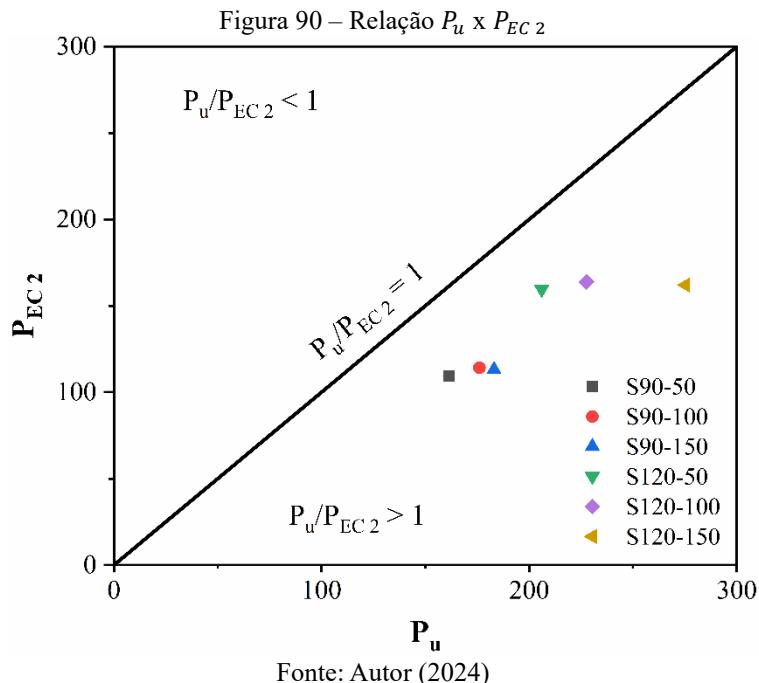
## 7.2 Estimativa segundo EUROCODE 2 (CEN, 2004)

De igual modo a norma brasileira, a EUROCODE 2 (CEN, 2004) baseia sua previsão na verificação da tensão atuante no perímetro crítico, entretanto o documento europeu estabelece limites não empregados na NBR. Para a EC 2, o perímetro crítico se encontra afastado  $2 \cdot d$  das faces do pilar, em concomitância à norma brasileira. A Tabela 33 expõe as estimativas da EUROCODE 2 em comparação com a carga de ruptura observada experimentalmente. A Figura 90 mostrou a relação entre as cargas estimadas e as experimentais.

Tabela 33 – Estimativas EUROCODE 2 (CEN, 2004)

Laje	$P_u$ (kN)	$P_{flex}$ (kN)	$P_{EC\ 2}$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{EC\ 2}}$	$\frac{P_{EC\ 2}}{P_{flex}}$	Modo de Ruptura Estimado
S90-50	161,3	229,8	109,5	1,47	0,48	Punção
S90-100	176,1	233,9	114,1	1,54	0,49	Punção
S90-150	183,1	233,0	113,0	1,62	0,49	Punção
S120-50	206,0	232,8	159,4	1,29	0,68	Punção
S120-100	227,6	233,9	163,8	1,39	0,70	Punção
S120-150	275,4	233,5	162,0	1,70	0,69	Punção

Fonte: Autor (2024)



Embora a EUROCODE 2 (CEN, 2004) defina uma teoria bem próxima da NBR 6118 (2023), como descrito acima, a norma europeia emprega limites, consequentemente, torna suas estimativas bem mais conservadoras quando comparadas. A estimativa mais próxima foi para a laje S120-50, cujo erro foi de 29%, enquanto para S120-150 a EC 2 apresentou diferença de 70% a menos que a carga real, ou seja, estimativas cautelosas e pouco econômicas, pois não avalia de maneira mais assertiva a resistência real da laje. Sendo a EC 2 mais conservadora que a norma brasileira, não surpreendeu o modo de ruptura estimado também ter sido por punção.

Outro fenômeno notado foi a subestimação das lajes S90 quando comparadas às S120. A EC 2 apresentou resultados mais conservadores para as lajes de maior esbeltez quando comparadas as de menor, o que evidenciou a importância da discussão apresentada neste trabalho, porque essa mesma desvalorização fora notada nos seguintes documentos normativos.

### 7.3 Estimativas segundo ACI 318 (ACI, 2019)

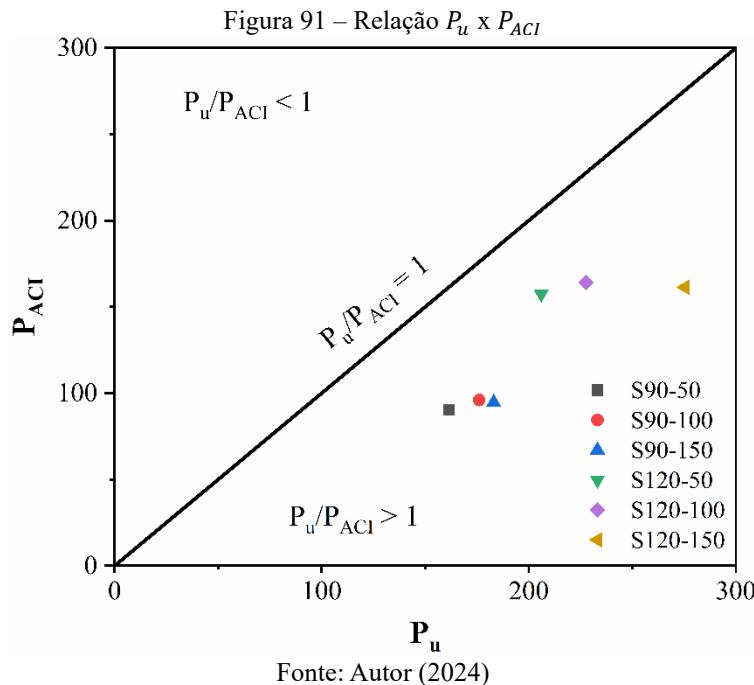
O documento americano divergiu da NBR e EC 2 por apenas considerar que o concreto contribua para a resistência à punção de lajes com ausência de armadura de cisalhamento, ou seja, o ACI estabelece que a armadura de flexão não coopere no

punctionamento. O ACI 318 (ACI, 2019) determina que a verificação do perímetro crítico seja afastada  $0,5 \cdot d$  das faces do pilar, indo de encontro mais uma vez com a NBR e EC 2 que definem um outro perímetro crítico. A Tabela 34 apresentou as estimativas do ACI 318 (ACI, 2019) em comparação com a carga de ruptura observada experimentalmente. A Figura 91 mostrou a relação entre as cargas estimadas e as experimentais.

Tabela 34 – Estimativas ACI 318 (ACI, 2019)

Laje	$P_u$ (kN)	$P_{ACI}$ (kN)	$P_{flex}$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{ACI}}$	$\frac{P_{ACI}}{P_{flex}}$	Modo de Ruptura Estimado
S90-50	161,3	90,2	229,8	1,79	0,39	Punção
S90-100	176,1	96,0	233,9	1,83	0,41	Punção
S90-150	183,1	94,6	233,0	1,93	0,41	Punção
S120-50	206,0	157,5	232,8	1,31	0,68	Punção
S120-100	227,6	164,1	233,9	1,39	0,70	Punção
S120-150	275,4	161,3	233,5	1,71	0,69	Punção

Fonte: Autor (2024)



Por não considerar a contribuição da armadura longitudinal na resistência ao punctionamento, o ACI 318 (2019) evidenciou-se como a mais conservadora das normas analisadas, principalmente no grupo de lajes S90, por serem lajes com maior esbeltez, utilizar apenas a contribuição do concreto traz resultados bem reduzidos quando comparados aos experimentais. As lajes S90-100 e S90-150 lograram resultados reais quase que duas vezes maiores que as estimativas, pois foram 83% e 91% menores que as

observadas no programa experimental. A norma americana previa que todas as lajes sofreriam colapso por punção, em conformidade com a NBR e EC 2.

A família de lajes S120, com menor esbeltez, apresentaram estimativas mais próximas quando comparadas as lajes S90, todavia ainda bem conservadoras, como o caso da S120-150 que atingiu 71% a mais de resistência relacionando com a estimativa do ACI.

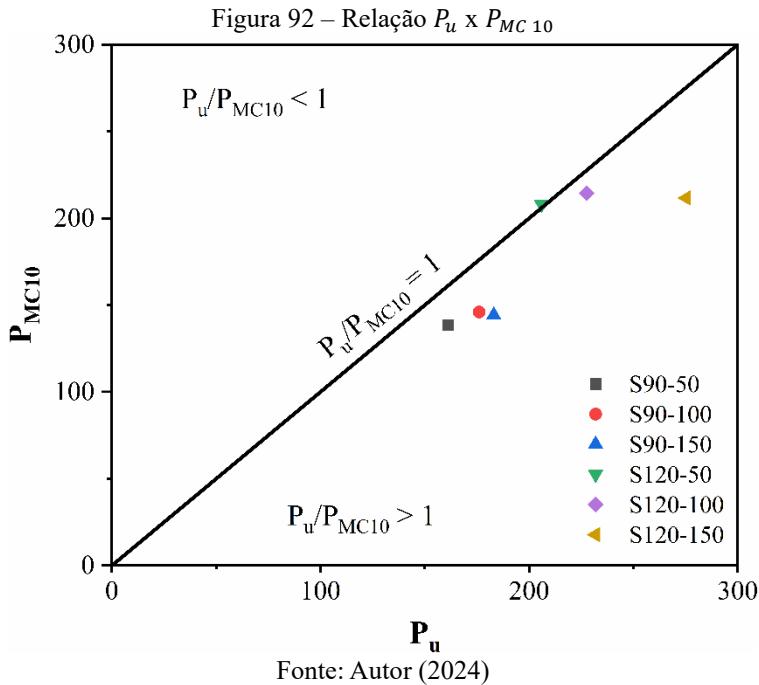
#### 7.4 Estimativas segundo MODEL CODE 2010 (CEB, 2010)

Apesar do documento não ser oficial, o MODEL CODE 2010 (CEB, 2010) possui bastante relevância internacionalmente no meio acadêmico, logo demonstrou-se a importância em avaliar as suas estimativas. O MC 10, diferente das demais estimativas abordadas, prevê uma contribuição do agregado na resistência à punção, graças a sua consideração do diâmetro máximo do agregado utilizado. O documento europeu convergiu com o ACI 318 ao considerar que o perímetro crítico se localiza afastado  $0,5 \cdot d$  das faces do pilar. Ainda sobre o procedimento adotado pelo MC 10, foi exposto no item 3.4 que há três níveis de aproximações possíveis, isto posto, as estimativas apresentadas na Tabela 35, assim como a relação entre as cargas estimadas e as experimentais na Figura 92, foram obtidas se utilizando o nível de aproximação III, em função deste apresentar os resultados mais próximos dos alcançados experimentalmente.

Tabela 35 – Estimativas MODEL CODE 10 (CEB, 2010)

Laje	$P_u$ (kN)	$P_{MC\ 10}$ (kN)	$P_{flex}$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{MC\ 10}}$	$\frac{P_{MC\ 10}}{P_{flex}}$	Modo de Ruptura Estimado
S90-50	161,3	138,4	229,8	1,17	0,60	Punção
S90-100	176,1	146,0	233,9	1,21	0,62	Punção
S90-150	183,1	144,2	233,0	1,27	0,62	Punção
S120-50	206,0	208,0	232,8	0,99	0,89	Punção
S120-100	227,6	214,4	233,9	1,06	0,92	Flexo-Punção
S120-150	275,4	211,7	233,5	1,30	0,91	Flexo-Punção

Fonte: Autor (2024)



Quando comparado aos outros documentos normativos, o MC10 destacou-se por possuir resultados mais próximos da realidade para a família de lajes S120, ainda que tenha sido conservador para a S120-150, falhando em 30%, tendência que já se mostrou presente nas demais estimativas, visto que não levaram em consideração o aumento no teor de agregados na resistência. Outra mudança nítida foi que o MC 10 previu rupturas por flexo-punção nas lajes S120-100 e S120-150, divergindo das demais recomendações normativas que previam colapso por punção.

Por outro lado, as previsões para a família S90 não foram satisfatórias, uma vez que se mostraram conservadoras, sendo 21% e 27% para as S90-100 e S90-150, respectivamente. O MC 10 em suas estimativas de rotação  $\psi$  das lajes, evidenciou a contribuição direta da esbeltez da laje na resistência ao punctionamento, algo que não esteve presente nas demais normas, ainda assim as suas estimativas não refletiram bem os resultados obtidos experimentalmente, visto que subestimaram a resistência quando se aumenta esta propriedade.

## 7.5 Estimativas segundo Muttoni (2008)

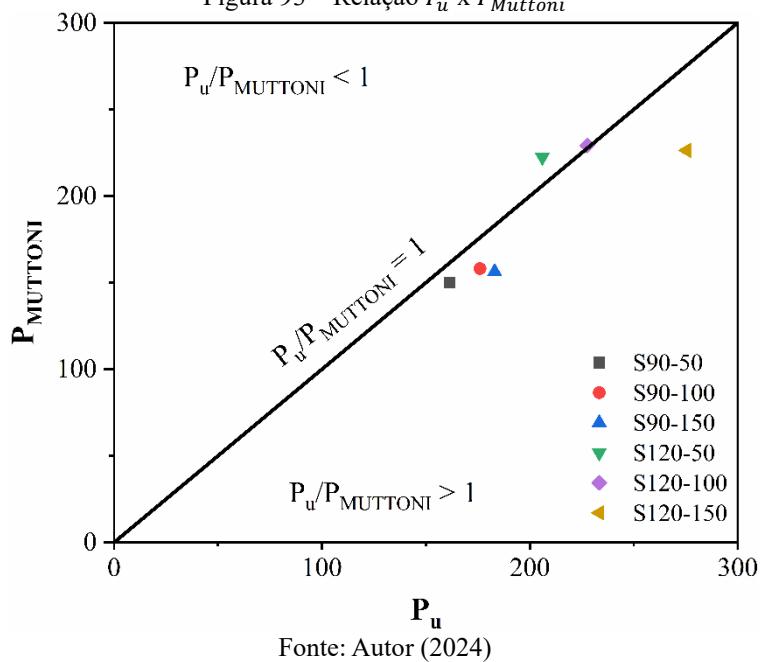
A escolha por avaliar as estimativas segundo Muttoni (2008), ainda que não se trate de um documento normativo, deu-se pela relevância acadêmica de sua teoria

proposta, no qual foi utilizada como base para as recomendações do MODEL CODE 10 (CEB, 2010). Conforme Muttoni (2008), lajes submetidas à punção colapsam após a formação de uma fissura crítica localizada no perímetro crítico afastado de  $0,5 \cdot d$  das faces do pilar, esta fissura, segundo o autor, seria proporcional à rotação experimentada pela laje. O autor também levou em conta o diâmetro máximo do agregado na resistência ao punctionamento, entretanto como todos os demais documentos avaliados, não considerou o teor de agregados presente na mistura. A Tabela 36 mostrou as estimativas do Muttoni (2008) em comparação com a carga de ruptura observada experimentalmente. A Figura 93 exibiu a relação entre as cargas estimadas e as experimentais.

Tabela 36 – Estimativas Muttoni (2008)

Laje	$\psi$ (rad)	$P_u$ (kN)	$P_{Muttoni}$ (kN)	$P_{flex}$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{Muttoni}}$	$\frac{P_{Muttoni}}{P_{flex}}$	Modo de Ruptura Estimado
S90-50	0,009	161,3	150,1	229,8	1,07	0,65	Punção
S90-100	0,009	176,1	158,1	233,9	1,11	0,68	Punção
S90-150	0,009	183,1	156,3	233,0	1,17	0,67	Punção
S120-50	0,011	206,0	222,4	232,8	0,93	0,96	Flexo- Punção
S120-100	0,011	227,6	229,1	233,9	0,99	0,98	Flexo- Punção
S120-150	0,011	275,4	226,3	233,5	1,22	0,97	Flexo- Punção

Fonte: Autor (2024)

Figura 93 – Relação  $P_u$  x  $P_{Muttoni}$ 

Fonte: Autor (2024)

O modelo teórico proposto por Muttoni (2008) foi o que apresentou resultados mais aderentes aos dados obtidos experimentalmente, bem como foi o único que estimou que todas as lajes S120 não romperiam por mecanismos de punção, mas flexo-punção, embora ainda não represente o que foi o modelo real de colapso.

No tocante ao teor de agregados, pôde-se observar que as estimativas do Muttoni (2008) cometem o erro alertado no objetivo do presente trabalho: superestimar a resistência das lajes com menor concentração de agregados, enquanto subestimam a resistências das que possuem maior teor, este fenômeno é nítido quando analisou-se as lajes S120, no qual a laje S120-50 apresentou resistência menor que a estimativa, enquanto a S120-150 possui resistência superior ao estimado.

Assim como observado no EC 2, ACI 318 e MC 10, a tendência de subestimação das lajes com maior esbeltez (S90) também se fez presente na teoria de Muttoni (2008). Os resultados da S90-100 e S90-150 estiveram 11% e 17% conservadores, respectivamente.

Outra investigação que se fez necessária foi quanto à rotação  $\psi$  das lajes, visto que a teoria proposta por Muttoni (2008) baseia-se na fissura crítica que se desenvolve a partir desta rotação. Os valores de  $\psi$  expostos na Tabela 36 foram obtidos por meio da equação (3), entretanto notou-se que esta expressão conduzia a rotações maiores para as lajes menos esbeltas (S120), quando na realidade, as lajes mais esbeltas (S90) experimentaram deslocamentos verticais mais elevados, portanto, as lajes S90 sofreram rotações mais acentuadas. Sendo assim, se utilizou da equação (34) para se obter a rotação real das lajes, no qual  $\delta_{máx}$  foi o deslocamento vertical máximo obtido pela régua potenciométrica posicionada na posição D1 (ver item 6.2), enquanto a Tabela 37 apresentou as estimativas de resistência à punção utilizando esta rotação juntamente à teoria do autor.

$$\psi_{real} = \frac{\delta_{máx}}{l/2} \quad (34)$$

Tabela 37 – Estimativas Muttoni (2008) com rotação real

Laje	$\delta_{máx}$ (mm)	$\psi_{real}$ (rad)	$P_u$ (kN)	$P_{Muttoni}$ (kN)	$P_{flex}$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{Muttoni}}$	$\frac{P_{Muttoni}}{P_{flex}}$	Modo de Ruptura Estimado						
S90-50	12,8	0,018	161,3	124,4	229,8	1,30	0,54	Punção						
S90-100	13,7	0,020	176,1	129,3	233,9	1,36	0,55	Punção						
S90-150	14,3	0,020	183,1	125,5	233,0	1,46	0,54	Punção						
S120-50	10,3	0,015	206,0	200,4	232,8	1,03	0,86	Punção						
S120-100	10,6	0,015	227,6	206,5	233,9	1,10	0,88	Punção						
S120-150	12,2	0,017	275,4	192,4	233,5	1,43	0,82	Punção						
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;"><b>Média</b></td> <td style="padding: 2px;"><b>1,28</b></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">D.P.</td> <td style="padding: 2px;">0,18</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">COV</td> <td style="padding: 2px;">14%</td> </tr> </table>									<b>Média</b>	<b>1,28</b>	D.P.	0,18	COV	14%
<b>Média</b>	<b>1,28</b>													
D.P.	0,18													
COV	14%													

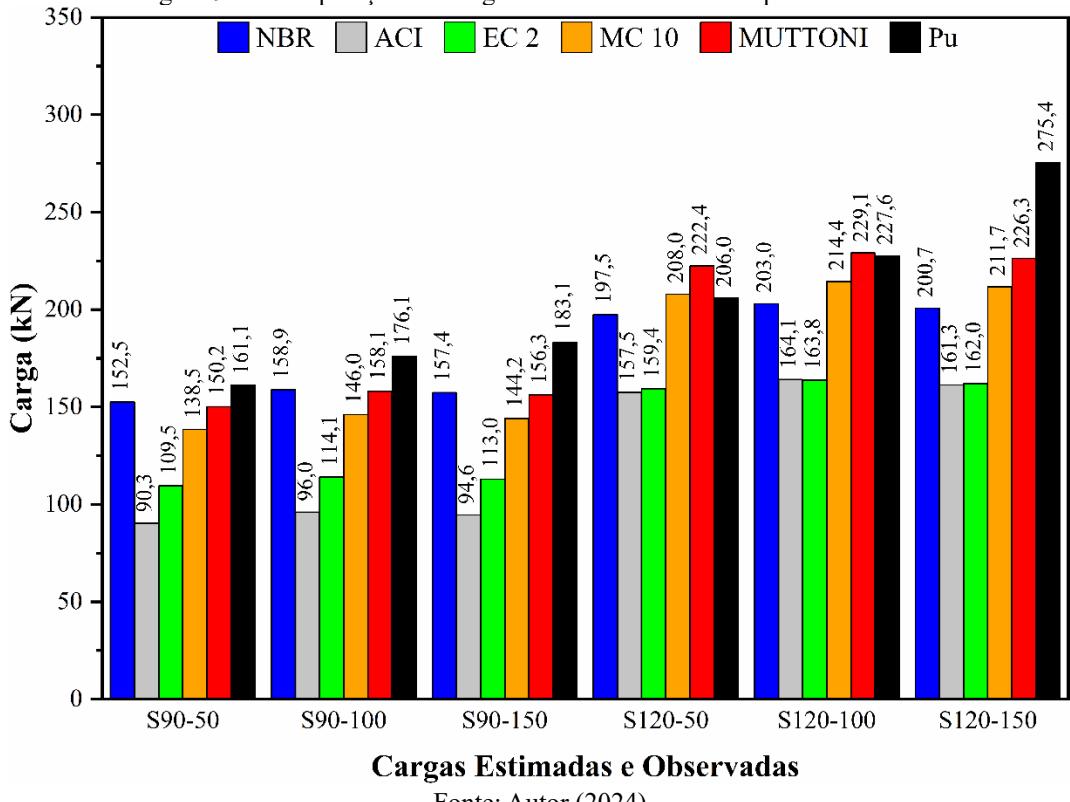
Fonte: Autor (2024)

Utilizando-se das rotações reais, observou-se que a assertividade do método cai drasticamente. As lajes S90 ficaram ainda mais subestimadas, a exemplo da S90-150 que saiu de 17%, utilizando a rotação empírica, para 46%. O mesmo ocorreu para as lajes S120, visto que agora todas as previsões tornaram-se conservadoras, enquanto modo de ruptura previsto foi de punção. Isso posto, a fim de avaliação do método, se utilizou os dados obtidos com a rotação  $\psi$  empírica, mas apresentou-se o alerta quanto à esta previsão de rotação.

## 7.6 Comparação das Estimativas

Os valores de cada carga estimada analisada, bem como os valores reais observados estiveram plotados na Figura 94. A Tabela 38 avaliou a precisão de cada estimativa e nela pode-se observar que a teoria proposta por Muttoni (2008) foi a mais assertiva, seguida pela NBR 6118 (ABNT, 2023) e MODEL CODE 10 (CEB, 2010). As previsões de carga do ACI 318 (ACI, 2019) foram as que obtiveram piores resultados e sendo os mais conservadores, assim como EUROCODE 2 (CEN, 2004) que também apresentou resultados ruins. Os resultados de desvio padrão e coeficiente de variação foram bem equivalentes, com exceção do ACI, evidenciando mais uma vez a dificuldade que este código possui de prever a carga de ruptura de lajes à punção sem armadura de cisalhamento.

Figura 94 – Comparação das cargas estimadas e obtidas experimentalmente



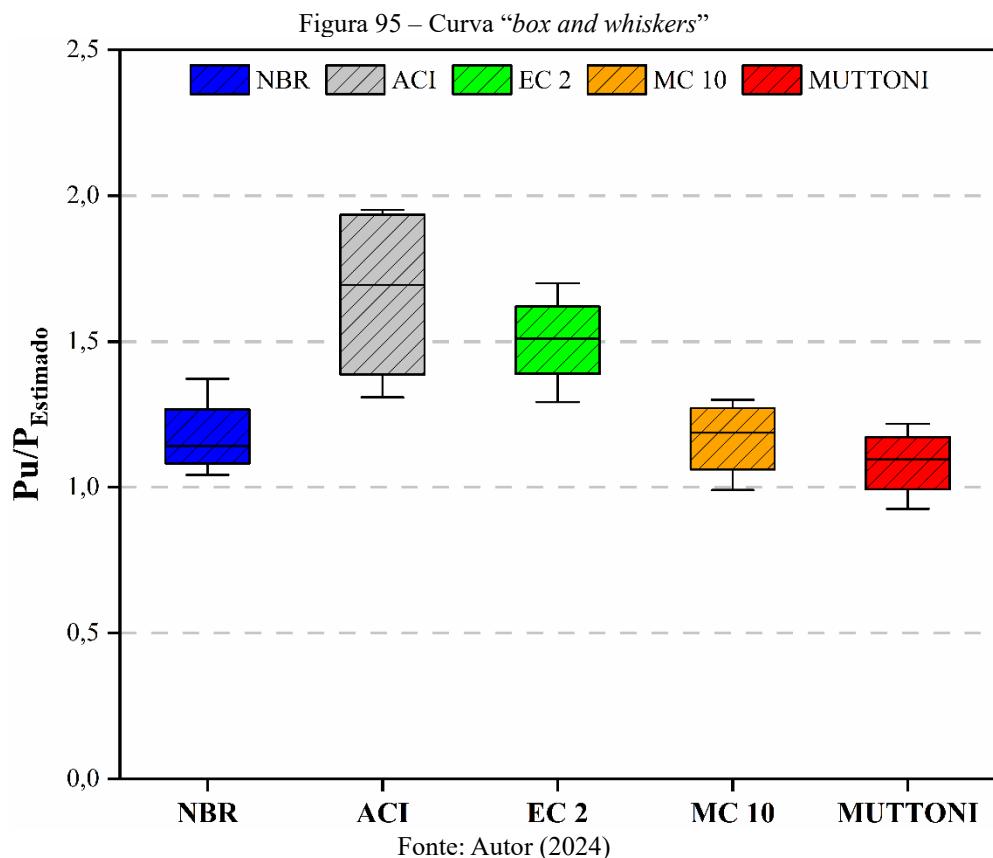
Fonte: Autor (2024)

Tabela 38 – Aderência das Estimativas

Laje	$P_u$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{NBR}}$	$\frac{P_u}{P_{EC\ 2}}$	$\frac{P_u}{P_{ACI}}$	$\frac{P_u}{P_{MC\ 10}}$	$\frac{P_u}{P_{Muttoni}}$
S90-50	161,3	1,06	1,79	1,47	1,17	1,07
S90-100	176,1	1,11	1,83	1,54	1,21	1,11
S90-150	183,1	1,16	1,62	1,93	1,27	1,17
S120-50	206,0	1,04	1,29	1,31	0,99	0,93
S120-100	227,6	1,12	1,39	1,39	1,06	0,99
S120-150	275,4	1,37	1,70	1,71	1,30	1,22
<b>Média</b>	<b>1,14</b>	<b>1,50</b>	<b>1,66</b>	<b>1,17</b>	<b>1,08</b>	
<b>D.P.</b>	0,12	0,15	0,25	0,12	0,11	
<b>COV</b>	10%	10%	15%	10%	10%	

Fonte: Autor (2024)

Por fim, apresentou-se a Figura 95, no qual utilizou a curva “*box and whiskers*” para avaliar a dispersão dos resultados. Este modelo de curva exibiu os valores máximos, mínimos, primeiro, segundo e terceiro quartil, assim como a média dos dados contidos na Tabela 38, nele pode-se notar que, a previsão do ACI apresentou os resultados com a maior dispersão.



## **8 CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHO FUTUROS**

O presente trabalho visou investigar a influência do teor de agregados e da esbeltez na resistência à punção de lajes lisas bidirecionais com ausência de armadura transversal. O programa experimental constituiu-se pela fabricação e ensaio de seis lajes, divididas em dois grupos contendo três lajes cada: o primeiro, cuja esbeltez ( $l/h$ ) foi fixada em 35, nomeado de S90 e o segundo grupo, cuja esbeltez foi de 27, chamado de S120, dentro de cada grupo, variou-se o teor de agregados na mistura do concreto, possuindo um traço de referência denominado Teor 100%, reduziu-se para um Teor de 50% e em seguida aumentou-se a quantidade de agregados para um Teor de 150%.

Os ensaios das lajes contaram com um sistema de aquisição de dados capaz de aferir a carga aplicada, os deslocamentos verticais nas duas direções, as deformações do concreto e da armadura longitudinal. Tendo posse destes dados, partiu-se para a avaliação das estimativas normativas, comparando-as com as cargas experimentais observadas.

Os resultados angariados neste trabalho foram satisfatórios, à medida que foi possível evidenciar que a mudança no teor de agregados e da esbeltez das lajes influenciaram na resistência ao punctionamento, apesar de os documentos regulamentadores não o considerarem como parâmetro importante (teor de agregados) ou subestimarem os seus efeitos, à vista disso, a pesquisa pode contribuir para o conhecimento acerca do fenômeno da punção em lajes lisas bidirecionais, sem armadura de cisalhamento.

### **8.1 Deslocamentos Verticais**

A variação do teor de agregados na mistura provocou mudanças nos deslocamentos verticais, ou seja, as lajes que possuíam maior concentração dos agregados experimentaram níveis de carga mais elevados, assim como deflexões mais acentuadas. As lajes mais esbeltas, família S90, provaram de deslocamentos mais acentuados que as S120, entretanto os níveis de carregamento das lajes menos esbeltas foram mais elevados.

## 8.2 Deformações no Concreto

Nenhuma laje experimentou níveis de deformações no concreto capazes de provocar o esmagamento do material. O resultado foi esperado, em virtude das lajes terem sido projetadas para sofrerem colapso por punção, logo, por não terem atingido o limite de deformação de  $\varepsilon_{cu} = 3,5\%$ , definido pela NBR 6118 (ABNT, 2023), concluiu-se que nenhuma laje sofreu ruptura por flexão nos domínio 3 ou 4.

## 8.3 Deformações no Aço

As deformações nas armaduras longitudinais foram monitoradas em duas barras, sendo a primeira passando sobre a projeção do pilar e a segunda afastada pulando uma barra subsequente. Todas as barras centrais ultrapassaram o limite de escoamento, enquanto somente para laje S90-100 houve escoamento nas duas barras instrumentadas. O maior nível de deformação foi de 3,689%, na laje S120-150. Nenhuma laje atingiu a deformação plástica excessiva de 10 %, por conseguinte, as lajes não sofreram ruptura por flexão no domínio 2.

## 8.4 Mapas de Fissuração

As lajes evidenciaram um padrão de fissuração comum a todas, no qual as fissuras radiais se desenvolveram em níveis de carregamento próximos a 26% da carga de última, para as lajes S90, e 40% para as S120. Este sinal nos mostrou que as lajes S90, por serem mais esbeltas e deformarem mais, iniciaram sua fissuração precocemente, quando comparadas às S120. As fissuras radiais só se mostraram presentes para a S120-150, no qual atingiu níveis de carregamento mais elevados.

## 8.5 Carga de Ruptura

A variação do teor de agregados na mistura mostrou-se um parâmetro muito importante para a resistência ao punctionamento das lajes sem armadura transversal, visto que, ao variar o engrenamento dos agregados, a concentração dos agregados graúdos

modificou as cargas últimas observadas quando se alterou apenas esta propriedade. Foi possível experimentar níveis de cargas 21% maiores quando se aumentou o teor em 50%.

A redução da esbeltez das lajes também se manifestou como grandeza capaz de influenciar em até 50% a resistência das lajes ao fenômeno da punção, apenas reduzindo este parâmetro em 25%, como foi o caso das famílias S90 e S120. Outra conclusão importante foi que o teor de agregados foi um parâmetro mais influente nas lajes de maior espessura (S120), cujas mudanças na carga de ruptura foram mais perceptíveis, evidenciando que o engrenamento dos agregados é mais influente em peças de maior espessura, já previsto pelos autores Macgregor & Wight (2012).

## 8.6 Modos de Ruptura

No aspecto geral, as lajes sofreram ruptura por punção, resultado previsto, visto que a ruptura por punção é mais frágil e dá-se de maneira mais abrupta quando comparada à ruptura por flexão. Entretanto, para a laje S120-150, a ruptura por punção se deu em um regime de flexo-punção, evidenciando que maior concentração de agregados (teor 150%) permite melhora na resistência à punção de lajes.

## 8.7 Estimativas de Resistência

Levando em conta apenas documentos normativos, a NBR 6118 (ABNT, 2023) apresentou os resultados mais próximos dos observados experimentalmente, ainda que tenham sido conservadores, em média, 14%. Todavia o modelo teórico proposto por Muttoni (2008) foi o mais preciso aos resultados experimentais, seu erro médio foi de 8%, mas vale ressaltar que o autor subestimou a resistência das lajes mais esbeltas, no caso da S90-150, o equivalente a 17%, assim como superestimou a laje S120-50 em 7% e subestimou a laje S120-150 em 22%. O MODEL CODE 2010 (CEB, 2010) também apresentou resultados próximos à NBR, com conservadorismo médio de 17%. O ACI 318 (ACI, 2019) foi código com resultados mais dispersos e conservadores, seguido da EUROCODE 2 (CEN, 2004), estes possuíram níveis médios de subestimação iguais a 66% e 50%, respectivamente.

## 8.8 Sugestões de Trabalhos Futuros

A investigação do presente trabalho demonstrou que o teor de agregados e a esbeltez influenciaram diretamente a resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento. O programa experimental limitou-se à apenas seis lajes, portanto não foi possível avaliar exaustivamente todas as variáveis, assim como não foi possível construir um espaço amostral mais robusto para avaliar as variáveis estudadas. Por conseguinte, somado a necessidade de novos ensaios, a fim de confirmar os resultados obtidos, recomenda-se futuras investigações acerca do que foi estudado:

- Variar o teor de agregado em outras concentrações das escolhidas no presente trabalho;
- Variar a esbeltez das lajes em valores diferentes dos estudados;
- Investigar se o teor de agregados e a esbeltez teriam a mesma ou similar contribuição em lajes com a presença de armadura transversal;
- Investigar a influência das variáveis deste trabalho para situações não simétricas;
- Investigar a mudança do diâmetro máximo e tipo de agregado atrelado ao teor de agregados na resistência à punção;
- Elaborar um banco de dados para comparar se os parâmetros estudados também influenciaram em outros trabalhos da literatura.

## REFERÊNCIAS

1. ACI 318, American Building Code Requirements For Reinforced Concrete. **American Concrete Institute**, 2019.
2. ALBERTI, M. G. **Polyolefin fibre-reinforced concrete: from material behavior to numerical and design considerations**. 2015. 351 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Ingeniería Civil: Construcción, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, 2015.
3. ALBUQUERQUE, E. J. P. (2015). **Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento e Pilar de Canto Reentrante**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD – 002 A/15, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 379 p.
4. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16697: Cimento Portland — Requisitos**. Rio de Janeiro, 2018. 16 p.
5. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5739: Concreto — Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 2018. 16 p.
6. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2023. 260 p.
7. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8522-1: Concreto endurecido — Determinação dos módulos de elasticidade e de deformação. Parte 1: Módulos estáticos à compressão**. Rio de Janeiro, 2021. 30 p.
8. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR ISSO 6892 - Materiais metálicos - Ensaio de tração - Parte 1: Método de ensaio em temperatura ambiente**. Rio de Janeiro, 2024. 79 p.
9. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR NM 67: Concreto - Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone**. Rio de Janeiro, 1998. 8 p.
10. BARROS, R. N. M. (2015). **Resistência à Punção de Ligações Laje-Pilar Armadas ao Cisalhamento com Estróbos**. Dissertação de Mestrado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil, 284p.
11. BAZANT, Z. P.; ASCE, F. Size Effect in Blunt Fracture: Concrete, Rock, Metal. **Journal Of Engineering Mechanics**, [S.L.], v. 110, n. 4, p. 518-535, Apr. 1984.
12. BRANCO, V. H. L. **Punção em Lajes Lisas Unidirecionais de Concreto Armado com Diferentes Taxas de Armadura Secundária e Pilares retangulares**. Tese de Doutorado, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil. 2022.

13. CARVALHO, A. S. **Análise Experimental de lajes lisas unidirecionais de concreto armado de alta resistência com Matacaulim apoiadas em pilares retangulares e armadas à punção.** 2006. 188 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém, 2006.
14. CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo de Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado:** segundo a NBR 6118:2014. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014. 415 p.
15. CEB-FIP (2010). **Model Code 2010: Final Draft.** Model Code prepared by Special Activity Group 5, Lausanne, September 2011.
16. COSTA, N. C. S. **Influência do fator de escala, diâmetro máximo e tipo de agregado graúdo na resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado sem armadura de cisalhamento.** 2022. 180 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém, 2022.
17. COSTA, V. C. M.; OLIVEIRA, D. C.; GOMES, R. B.; GUIMARÃES, G. N. **PUNÇÃO EM LAJES COGUMELO DE CONCRETO ARMADO - RETANGULARIDADE DOS PILARES. Reec - Revista Eletrônica de Engenharia Civil,** [S.L.], v. 5, n. 1, p. 36-46, 16 out. 2012.
18. ELSTNER, R. C., HOGNESTAD, E. **Shearing Strength Of Reinforced Concrete Slabs. ACI Journal Proceedings.** V. 53, No. 1, 1956. Pp. 11-17.
19. EUROCODE2 (2004). **Design of Concrete Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings.** European Standard, 2004.
20. FÜRS, A.; ASCE, Fellow. Robert Maillart's Design Approach for Flat Slabs. **Journal Of Stuctural Engineering,** [S.L.], v. 123, n. 8, p. 1102-1110, Aug. 1997.
21. GASPARINI, D. A. Contributions of C. A. P. Turner to Development of Reinforced Concrete Flat Slabs 1905–1909. **Journal Of Structural Engineering,** [S.L.], v. 128, n. 10, p. 1243-1252, out. 2002. American Society of Civil Engineers (ASCE). [http://dx.doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9445\(2002\)128:10\(1243\)](http://dx.doi.org/10.1061/(asce)0733-9445(2002)128:10(1243)).
22. GRAF, O. **Tests Of The Strength Of Reinforced Concrete Slabs Supported At All Sides And Subjected To Concentrated Loads.** Deutscher Ausschuss Fur Eisenbeton, Heft 88, Berlim, 1938, 22p.
23. GUANDALINI, S. **Poinçonnement symétrique des dalles en béton armé.** 2006. 179 f. Tese (Doutorado) - Curso de Génie Civil, Section de Génie Civil, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, 2006.
24. HAWKINS, N. M., FALSEN, H. B., HINOJOSA, R. C., Influence Of Column Rectangularity On The Behaviour Of Flat Plate Structures. Publication Sp-30, **ACI Journal,** Detroit, 1971.

25. HUANG, C.; PU, S.; DING, B. An analytical punching shear model of RC slab-column connection based on database. **Journal Of Intelligent & Fuzzy Systems**, [S.L.], v. 35, n. 1, p. 469-483, 27 jul. 2018. IOS Press. <http://dx.doi.org/10.3233/jifs-169604>.
26. HUBER, T.; HUBER, P.; KOLLEGER, J. Influence of aggregate interlock on the shear resistance of reinforced concrete beams without stirrups. **Engineering Structures**, [S.L.], v. 186, p. 26-42, maio 2019. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.01.074>.
27. INÁCIO, M. M.G.; ALMEIDA, A. F.O.; FARIA, D. M.V.; LÓCIO, V. J.G.; RAMOS, António Pinho. Punching of high strength concrete flat slabs without shear reinforcement. **Engineering Structures**, [S.L.], v. 103, p. 275-284, nov. 2015. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.09.010>.
28. INÁCIO, M. M.G.; LAPI, M.; RAMOS, A. P. Punching of reinforced concrete flat slabs – Rational use of high strength concrete. **Engineering Structures**, [S.L.], v. 206, p. 1-13, mar. 2020. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110194>.
29. INGERSLEV, A. The Strength Of Rectangular Slabs. **The Institution Of Structural Engineers Journal**. Westminster. 1923.
30. KINNUNEN, S. NYLANDER, H. Punching Of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement, Transactions, No. 158, Royal Institute Of Technology, 1960. Pp. 12 – 18.
31. LANGENDONCK, T.V., **Teoria Elementar Das Charneiras Plásticas**. São Paulo, Vol. I, 1970.
32. LIBERATI, E. A.P.; MARQUES, M. G.; LEONEL, E. D.; ALMEIDA, L. C.; TRAUTWEIN, L. M. Failure analysis of punching in reinforced concrete flat slabs with openings adjacent to the column. **Engineering Structures**, [S.L.], v. 182, p. 331-343, mar. 2019. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.11.073>.
33. LIBERATI, E. A. P.. **Análise de Confiabilidade de Lajes Lisas de Concreto Armado submetidas à Punção**. 2019. 310 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2019.
34. MACGREGOR, J. G.; WIGHT, J. K. **Reinforced Concrete: Mechanics and Design**. New Jersey: Prentice Hall, 2011.
35. MOE, J. **Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads**, V. D47, PCA, IL, 1961, 135 pp.
36. MUTTONI, A. Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement. **Aci Structural Journal**, [S.L.], v. 105, n. 4, p. 440-450, Aug. 2008. American Concrete Institute. <http://dx.doi.org/10.14359/19858>.

37. OLIVEIRA, D. R. C.; REGAN, P. E.; MELO, G. S. S. A.. Punching resistance of RC slabs with rectangular columns. **Magazine Of Concrete Research**, Brasília, v. 56, n. 3, p. 123-138, Apr. 2004.
38. OLIVEIRA, T. P. S. M. **Utilização de Capitéis para Aumento de Resistência à Punção em Lajes de Concreto Armado**. 2015. 135 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.
39. OLIVEIRA. D. R. C. (2003). **Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares**. Tese de Doutorado, Publicação E.TD - 001A/2003. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Universidade de Brasília. Brasília. DF. 214 p.
40. PAIVA, O. S.; FERREIRA, M. P.; OLIVEIRA, D. R. C.; LIMA NETO, A. F.; TEIXEIRA, M. R. Influence of the column rectangularity index and of the boundary conditions in the punching resistance of slab-column connections. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, [S.L.], v. 8, n. 3, p. 260-295, jun. 2015. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1983-41952015000300003>.
41. REGAN, P. E.; BRAESTRUP, M. W.. **Punching Shear in Reinforced Concrete: A State of Art Report**. London: Secretariat Permanent, 1985. 232 p.
42. REGAN, P.e. **Behaviour of Reinforced Concrete Flat Slab**. London: Construction Inudstry Research And Information Association, 1981. 90 p.
43. SACRAMENTO, P. V. P.; FERREIRA, M. P.; OLIVEIRA, D. R. C.; MELO, G. S. S. A.. Punching strength of reinforced concrete flat slabs without shear reinforcement. **Ibracon Structures And Materials Journal**, Belém, v. 5, n. 5, p. 659-674, Oct. 2012.
44. SAID, M.; MAHMOUD, A. A.; SALAH, A. Performance of reinforced concrete slabs under punching loads. **Materials And Structures**, [S.L.], v. 53, n. 4, p. 53-68, 23 jun. 2020. Springer Science and Business Media LLC. <http://dx.doi.org/10.1617/s11527-020-01509-5>.
45. SAVARIS, G.; PINTO, R. C. A. Influence of coarse aggregate on shear resistance of self-consolidating concrete beams. **Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, [S.L.], v. 10, n. 1, p. 30-40, fev. 2017. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1983-41952017000100003>.
46. SAVARIS, G. **Resistência ao Cisalhamento do Concreto Autoadensável**. 2016. 248 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.
47. SILVA, P. H. C. **Estríbos Duplos Abertos como Armadura de Punção para Lajes Lisas de Concreto Armado**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil. 2019.

48. SIQUEIRA, J. P. A. (2021). **Análise Experimental da Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento tipo Estribo Aberto.** Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-04A/21, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 195p.
49. TALBOT, A. N. **Reinforced Concrete Wall Footings And Column Footings.** Bulletin Nº 67, Engineering Experiment Station, University Of Illinois, Urbana, 1913.
50. TOPUZI, D. **Large Scale Testing and Modelling of Reinforced Concrete Flat Plate Systems in Seismic Areas.** 2015. 147 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, University Of Waterloo, Ontario, 2015.
51. VANDERBILT, M. Daniel; M. ASCE. Shear Strength of Continuous Plates. **Journal Of The Structural Division**, [S.L.], v. 98, n. 5, p. 961-973, May 1972.